

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
Prova di Matematica e Statistica
20 Dicembre 2013

1. Tracciare un grafico qualitativo (il piú dettagliato possibile) della funzione $f(x) = x^2 \log x^2$.
In particolare si discutano la limitatezza e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

2. Si discuta al variare di k l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + ky & = 2 \\ x + z & = 5 \\ y - kz & = 1. \end{cases}$$

Si calcolino le soluzioni utilizzando il metodo della matrice inversa per un valore di k scelto a piacere.

3. Un corso di Analisi Matematica 1 ha 300 studenti. Le studentesse sono il 30% del totale. Al primo appello si presentano 80 studenti che vengono divisi a caso in due aule. La prima aula ha 30 posti la seconda 50. Quale è la probabilità che

1. ci siano esattamente 10 studentesse nella prima aula?
2. nella prima aula ci siano solo studenti maschi?

4. Allo scritto del secondo appello di Analisi Matematica 1 dell'anno accademico 2009/2010 i primi 10 voti sono stati 24, 22, 75, 22, 5, 22, 22, 22, 21, 5, 21, 5, 21, 25, 20, 75. Due anni dopo, nello stesso appello i primi 10 voti sono stati 23, 5, 23, 22, 5, 21, 5, 21, 5, 21, 25, 21, 21, 21, 20, 75. Verificare con un livello di tolleranza di 0,05 se i due gruppi sono confrontabili. Cosa potremmo dire considerando un livello di tolleranza più piccolo o più grande?

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - I appello di Matematica e Statistica
16 Gennaio 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare la soluzione senza svolgimento

(A) Scrivere nella forma $\frac{a}{b}$ con a e b interi il numero $\frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{3}{5}}$.

(B) Scrivere nella forma $\frac{a}{b}$ con a e b interi ed ai minimi termini il numero $0,126$.

(C) Nel 2010 la produzione di un'azienda vinicola è calata del 10% rispetto all'anno precedente. Nel 2011 si è verificato un aumento del 10% rispetto al 2010. Di quanto è stata la produzione del 2011 rispetto a quella del 2009?

(D) Calcolare la derivata della funzione $\log(\sin x)$.

(E) Calcolare $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$.

1. Tracciare un grafico qualitativo (il più dettagliato possibile) della funzione $f(x) = x^3 e^{-x^2}$. In particolare si discutano la limitatezza e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

2. Discutere l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z & = 2 \\ 3x + y - 2z & = 1 \\ 4x - 3y - z & = 3 \\ 2x + 4y + 2z & = 4. \end{cases}$$

Poi calcolare le soluzioni utilizzando il metodo della riduzione a scala oppure il metodo della matrice inversa.

3. Studiando per l'esame di statistica ho fatto molti esercizi, sbagliandone uno ogni tre. La probabilità che l'esercizio fosse facile quando l'avevo sbagliato era del 70%, mentre la probabilità che fosse facile quando l'avevo risolto correttamente era del 45%. Sapendo che l'esercizio del compito è facile, quale è la probabilità che io lo risolva correttamente?

4. Un falegname misura la lunghezza di 15 assi di legno nella sua bottega, trovando i seguenti valori:

279	299	305	301	289
311	307	310	302	291
296	293	304	303	301.

L'azienda che gli vende il legname gli ha garantito che la misura degli assi è compatibile con una distribuzione di probabilità normale di media $\mu = 300$ e varianza σ^2 . Il falegname non ricorda se $\sigma^2 = 4$ oppure $\sigma^2 = 1$. Assumendo che l'azienda venditrice dica il vero, stabilire con quale delle due varianze sono compatibili le misure.

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - II appello di Matematica e Statistica
5 Febbraio 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare la soluzione senza svolgimento

(A) Scrivere nella forma $\frac{a}{b}$ con a e b interi il numero $\frac{1}{1 + \frac{3}{5}} + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}$.

(B) Scrivere in forma decimale (prime 4 cifre il numero $\frac{125}{400}$).

(C) Un pensionato investe il capitale A in un fondo finanziario molto aggressivo che gli garantisce un rendimento annuo del 10%. Gli interessi vengono poi immessi nel capitale. Calcolare la relazione tra il capitale B alla fine del terzo anno ed A .

(D) Calcolare la derivata della funzione $\frac{1}{\sin x}$.

(E) Calcolare $\int \frac{e^{tgx}}{\cos^2 x} dx$.

1. Tracciare un grafico qualitativo (il più dettagliato possibile) della funzione $f(x) = \frac{1}{e^{x^2}}$. In particolare si discutano la limitatezza e l'esistenza di massimi e minimi assoluti.

2. Discutere, al variare di k , l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 5y + kz & = 2 \\ 3x + y & = 1 \\ x + kz & = 3. \end{cases}$$

Poi calcolare le soluzioni per $k = 1$.

3. Si lanciano due dadi, ciascuno con sei facce numerate 1 a 6. Si considerino gli eventi

A = la somma dei due dadi è 5

B = solo uno dei due dadi è pari

C = la somma dei due dadi è 4 .

Dire se A e B sono indipendenti tra loro; dire se B e C sono indipendenti tra loro.
Si dia un esempio di evento indipendente da A .

4. Una misura ripetuta del pH di una soluzione ha dato come risultati i valori

2 4.3 4.9 5.3 5.4 5.9 6 6.3

oltre a un insieme di altri 12 valori compresi tra 4.5 e 6.1 la cui media campionaria è 5.1 e la cui media dei quadrati è 26.65.

1. Si calcolino media, varianza e varianza campionaria del campione costituito da tutte le misurazioni ottenute.
2. Si trovi un intervallo di confidenza al 99.5% per la media.
3. Scartando uno dei due valori estremi si riesce ad ottenere un intervallo di confidenza al 99.5% per la media che abbia lunghezza inferiore a 1?

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - III appello di Matematica e Statistica
16 Aprile 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare almeno la soluzione. (Se possibile, riportare anche lo svolgimento.)

(A) Scrivere nella forma $\frac{a}{b}$ con a e b interi il numero $\frac{1}{\frac{3}{4} + \frac{4}{3}} + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}$.

(B) Scrivere in forma decimale (prime 3 cifre decimali) il numero $\frac{954}{325}$.

(C) Un giovane laureato prende in prestito il capitale A . L'interesse da pagare è il 2% annuo. Il nostro eroe intende ripagare la somma in due rate uguali di importo X il 31 Dicembre del primo e del secondo anno. Calcolare l'importo X delle rate in relazione al capitale A .

(D) Calcolare la derivata della funzione $e^{\sqrt{x}}$.

(E) Calcolare $\int \frac{1}{e^x} dx$.

1. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Rispondere, motivando le risposte, alle seguenti domande:

1. Quale è il dominio di f ?
2. f è una funzione pari?
3. Calcolare f' .
4. Calcolare i punti dove si annulla f' .
5. Determinare il segno di f' .
6. Calcolare f'' .
7. Determinare il segno di f'' .

Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione in accordo con le informazioni precedentemente derivate. La funzione ammette massimo o minimo assoluto?

2. Discutere, al variare di k , l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 4z & = 7 \\ 3x + 5y + 7z & = 15 \\ kz & = 5. \end{cases}$$

Poi calcolare le soluzioni per $k = 5$.

3. Si lanciano due dadi, ciascuno con sei facce numerate 1 a 6. Si considerino gli eventi

A = la somma dei due dadi è 5

B = solo uno dei due dadi è pari

C = la somma dei due dadi è 4 .

Dire se A e B sono indipendenti tra loro; dire se B e C sono indipendenti tra loro.
Si dia un esempio di evento indipendente da A .

4. Una misura ripetuta del pH di una soluzione ha dato come risultati i valori

2 4.3 4.9 5.3 5.4 5.9 6 6.3

oltre a un insieme di altri 12 valori compresi tra 4.5 e 6.1 la cui media campionaria è 5.1 e la cui media dei quadrati è 26.65.

1. Si calcolino media, varianza e varianza campionaria del campione costituito da tutte le misurazioni ottenute.
2. Si trovi un intervallo di confidenza al 99.5% per la media.
3. Scartando uno dei due valori estremi si riesce ad ottenere un intervallo di confidenza al 99.5% per la media che abbia lunghezza inferiore a 1?

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - IV appello di Matematica e Statistica
3 Giugno 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare almeno la soluzione. (Se possibile, riportare anche lo svolgimento.)

(A) Scrivere nella forma $\frac{a}{b}$ con a e b interi il numero $\frac{1}{\frac{3}{4} + \frac{4}{3}} + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}$.

(B) Scrivere in forma decimale (prime 3 cifre decimali) il numero $\frac{954}{325}$.

(C) Un giovane laureato prende in prestito il capitale A . L'interesse da pagare è il 2% annuo. Il nostro eroe intende ripagare la somma in due rate uguali di importo X il 31 Dicembre del primo e del secondo anno. Calcolare l'importo X delle rate in relazione al capitale A .

(D) Calcolare la derivata della funzione $e^{\sqrt{x}}$.

(E) Calcolare $\int \frac{1}{e^x} dx$.

1. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Rispondere, motivando le risposte, alle seguenti domande:

1. Quale è il dominio di f ?
2. f è una funzione pari?
3. Calcolare f' .
4. Calcolare i punti dove si annulla f' .
5. Determinare il segno di f' .
6. Calcolare f'' .
7. Determinare il segno di f'' .

Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione in accordo con le informazioni precedentemente derivate. La funzione ammette massimo o minimo assoluto?

2. Discutere, al variare di k , l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 4z & = 7 \\ 3x + 5y + 7z & = 15 \\ kz & = 5. \end{cases}$$

Poi calcolare le soluzioni per $k = 5$.

3. Si lanciano due dadi, ciascuno con sei facce numerate 1 a 6. Si considerino gli eventi

A = la somma dei due dadi è 5

B = solo uno dei due dadi è pari

C = la somma dei due dadi è 4 .

Dire se A e B sono indipendenti tra loro; dire se B e C sono indipendenti tra loro.
Si dia un esempio di evento indipendente da A .

4. Una misura ripetuta del pH di una soluzione ha dato come risultati i valori

2 4.3 4.9 5.3 5.4 5.9 6 6.3

oltre a un insieme di altri 12 valori compresi tra 4.5 e 6.1 la cui media campionaria è 5.1 e la cui media dei quadrati è 26.65.

1. Si calcolino media, varianza e varianza campionaria del campione costituito da tutte le misurazioni ottenute.
2. Si trovi un intervallo di confidenza al 99.5% per la media.
3. Scartando uno dei due valori estremi si riesce ad ottenere un intervallo di confidenza al 99.5% per la media che abbia lunghezza inferiore a 1?

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - V appello di Matematica e Statistica
24 Giugno 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare almeno la soluzione. (Se possibile, riportare anche lo svolgimento.)

(A) Scrivere nella forma $1 + \frac{a}{b}$ con a e b interi e positivi il numero $\frac{1}{\frac{3}{4} + 1} + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}$.

(B) Scrivere in forma decimale (prime 4 cifre decimali) il numero $\frac{325}{954}$.

(C) La tua azienda produce una quantità A del prodotto principale. Vendendolo al prezzo unitario Z realizzeresti un profitto (non incasso) P . Purtroppo, nel trasporto, il 10% del prodotto deperisce. Determinare il prezzo Z_1 a cui dovrete vendere il prodotto per ottenere lo stesso profitto.

(D) Calcolare la derivata della funzione e^{13x^2} .

(E) Calcolare $\int x \sin x^2 dx$.

1. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x^2}{1+x^4}$. Rispondere, motivando le risposte, alle seguenti domande:

1. Quale è il dominio di f ?
2. f è una funzione pari?
3. Calcolare f' .
4. Calcolare i punti dove si annulla f' .
5. Determinare il segno di f ed f' .
6. Calcolare i limiti a $+\infty$ e $-\infty$ (puoi dire, a priori, sono uguali?).

Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione in accordo con le informazioni precedentemente derivate. La funzione ammette massimo o minimo assoluto?

2. Discutere, al variare di k , l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 8 \\ 3x + 5y + z = 12 \\ kx + z = 3. \end{cases}$$

Poi calcolare le soluzioni per $k = 1$.

3. Si lancia una moneta equilibrata. Se esce croce lancio 3 dadi (ciascuno con sei facce numerate da 1 a 6). Se in questi tre lanci esce almeno un 5 pesco due palline da un'urna che contiene 6 palline verdi e 3 gialle. Qual è la probabilità che io peschi due palline di colore diverso?

4 Abbiamo un campione costituito da 18 misurazioni comprese tra 3.7 e 7.1, in ordine crescente. Sappiamo che:

- la loro media campionaria è 5.1722;
- la media dei quadrati delle prime 8 misurazioni è 26.5725;
- la media dei quadrati delle misurazioni dalla 9 alla 18 è 28.4550.

1. Calcolare la varianza e la varianza corretta del campione.
2. Se consideriamo un secondo campione dato da

4.8	5.8	4.3	3.7	3.7	5.4
4.8	4.8	6.3	5.3	5.2	6.4
4.3	5.6	5.8	4.8	5.2	4

possiamo escludere con un livello di affidabilità dell'1% che i due campioni appartengano alla stessa popolazione (supponendo che la distribuzione sia normale)?

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - VI appello di Matematica e Statistica
14 Luglio 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare almeno la soluzione. (Se possibile, riportare anche lo svolgimento.)

(A) Scrivere nella forma $1 + \frac{a}{b}$ con a e b interi e positivi il numero $\frac{1}{1 + \frac{5}{6}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}$.

(B) Scrivere in forma decimale (prime 4 cifre decimali) il risultato della divisione $350 : 7,5$.

(C) La tua azienda produce una quantità A del prodotto principale. Vendendolo al prezzo unitario Z realizzeresti un profitto (non incasso) P . Purtroppo, nel trasporto, il 10% del prodotto deperisce. Determinare il prezzo Z_1 a cui dovresti vendere il prodotto per ottenere un profitto ridotto solo del 5%.

(D) Calcolare la derivata della funzione $\sin(\sqrt{x})$.

(E) Calcolare una primitiva di e^{2x} che vale 1 nel punto 0. Quante ce ne sono?

1. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{\log x}$. Rispondere, motivando le risposte, alle seguenti domande:

1. Quale è il dominio di f ?
2. Calcolare i limiti agli estremi del dominio.
3. Calcolare f' .
4. Calcolare i punti dove si annulla f' .
5. Determinare il segno di f ed f' .
6. Determinare eventuali massimi e minimi..

Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione in accordo con le informazioni precedentemente derivate. La funzione ammette massimo o minimo assoluto?

2. Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 1 \\ 3x + 5y + z = 13 \\ kx + z = 0. \end{cases}$$

Determinare:

1. per quali k esiste soluzione,
2. quante soluzioni esistono per i k di cui al punto precedente,
3. le soluzioni per $k = 1$.

3. È più probabile che esca almeno una volta TESTA in 15 lanci di una moneta equilibrata oppure che escano almeno una volta due facce uguali in 20 lanci di una coppia di monete equilibrate? Giustificare la risposta (Con moneta equilibrata si intenda una moneta per la quale la probabilità di ottenere TESTA sia uguale alla probabilità di ottenere CROCE, entrambe pari a $\frac{1}{2}$).

4. Si consideri un campione X costituito da 14 misurazioni x_1, \dots, x_{14} . Sapendo che

- la varianza $\mathbb{V}(X)$ del campione è 6.2162,
- la media dei quadrati delle misurazioni di indice dispari (x_1, x_3, x_5 etc) è 29.5411,
- la media dei quadrati delle misurazioni di indice pari è 42.2678,

si calcoli la media del campione.

Si denoti con $\mathbb{E}(X)$ la media precedentemente calcolata e si consideri un secondo campione Y con la stessa numerosità di X , con media $\mathbb{E}(Y) = 0.5 \cdot \mathbb{E}(X)$ e varianza $\mathbb{V}(Y) = 1.05 \cdot \mathbb{V}(X)$. Si può respingere l'ipotesi nulla che i due campioni provengano dalla stessa popolazione con un livello di affidabilità dell'1% (supponendo che la distribuzione della popolazione sia normale)? E con un livello di affidabilità del 5%?

Corso di Laurea in Enologia e Viticoltura
A.A.2013/2014 - VII appello di Matematica e Statistica
8 Settembre 2014

Cognome:

Nome:

Matricola:

Per i seguenti quesiti riportare almeno la soluzione. (Se possibile, riportare anche lo svolgimento.)

(A) Scrivere nella forma $\frac{a}{b}$ con a e b interi e positivi il numero $\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3}}$.

(B) Scrivere in forma decimale il risultato della divisione $456 : 3,2$.

(C) Ristrutturi il tetto della tua azienda e l'importo della fattura alla fine dei lavori è A . L'IVA è del 10% sulla manodopera M , del 10% su una parte T del materiale di valore $T = M$ e del 20% sul restante materiale M_r . Sapendo che il prezzo della manodopera è 50.000 euro e quello del materiale è 100.000 euro calcolare A .

(D) Calcolare la derivata della funzione $\log(1 + x^6)$.

(E) Calcolare una primitiva di e^{2x} che vale 3 nel punto 0. Quante ce ne sono?

1. Si consideri la funzione $f(x) = e^{4x^2}$. Rispondere, motivando le risposte, alle seguenti domande:

1. Quale è il dominio di f ?
2. Calcolare i limiti agli estremi del dominio.
3. Calcolare f' .
4. Calcolare i punti dove si annulla f' .
5. Determinare il segno di f ed f' .
6. Determinare eventuali massimi e minimi..

Infine tracciare un grafico qualitativo della funzione in accordo con le informazioni precedentemente derivate. La funzione ammette massimo o minimo assoluto?

2. Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 1 \\ 3x + 5y + z = 1 \\ kx + z = 1. \end{cases}$$

Determinare:

1. per quali k esiste soluzione,
2. quante soluzioni esistono per i k di cui al punto precedente,
3. le soluzioni per $k = 1$.

3. È più probabile che esca almeno una volta TESTA in 15 lanci di una moneta equilibrata oppure che escano almeno una volta due facce uguali in 20 lanci di una coppia di monete equilibrate? Giustificare la risposta (Con moneta equilibrata si intenda una moneta per la quale la probabilità di ottenere TESTA sia uguale alla probabilità di ottenere CROCE, entrambe pari a $\frac{1}{2}$).

4. Si consideri un campione X costituito da 14 misurazioni x_1, \dots, x_{14} . Sapendo che

- la varianza $\mathbb{V}(X)$ del campione è 6.2162,
- la media dei quadrati delle misurazioni di indice dispari (x_1, x_3, x_5 etc) è 29.5411,
- la media dei quadrati delle misurazioni di indice pari è 42.2678,

si calcoli la media del campione (Sugg. Si ricordi la formula per la varianza basata sulla media dei quadrati ed il quadrato della media).

Si denoti con $\mathbb{E}(X)$ la media precedentemente calcolata e si consideri un secondo campione Y con la stessa numerosità di X , con media $\mathbb{E}(Y) = 0.5 \cdot \mathbb{E}(X)$ e varianza $\mathbb{V}(Y) = 1.05 \cdot \mathbb{V}(X)$. Si può respingere l'ipotesi nulla che i due campioni provengano dalla stessa popolazione con un livello di affidabilità dell'1% (supponendo che la distribuzione della popolazione sia normale)? E con un livello di affidabilità del 5%?