



Percorsi, strategie e geometrie in gioco

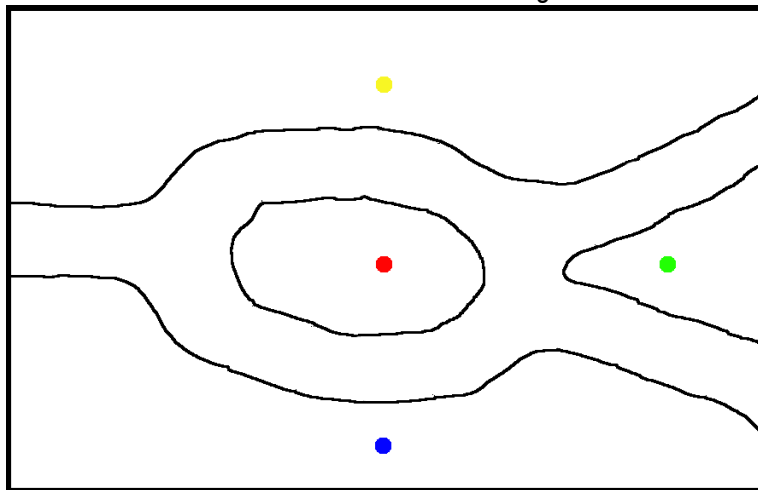
Il Regno di Regiomonte e il gioco delle isole: osservazioni e complementi per la Scuola dell'Infanzia e l'inizio della Primaria

La storia "Il Regno di Regiomonte" contiene al suo interno un percorso semplificato per i più piccoli. I contenuti matematici (topologici e spaziali) che lo caratterizzano sono comunque piuttosto complessi e ricchi di spunti. In queste note cercheremo di puntualizzare alcune osservazioni e di fornire alcune tracce di possibile lavoro da impostare prendendo spunto dalla storia.

Ecco le quattro isole della nostra storia. Ottima cosa sarebbe riprodurre in grande la pianta (disegnandola per terra con gesso o scotch ... o riproducendo le sagome in cartone etc ...). Il modello in grande sarà il nostro spazio di lavoro privilegiato.

Il primo passo sarà prendere coscienza delle zone proibite (le acque infestate dai mostri marini) e di quelle sicure. Per individuare e distinguere (oltre che per la forma e la posizione) le quattro isole si può seguire la storia e collocare su ciascuna isola una torre dal diverso colore. Basterà eventualmente collocare un su ciascuna un piccolo cerchio (che rappresenti il tetto visto dall'alto). I colori sono giallo, rosso, blu e verde, disposti come nella figura.

(Nota: volendo si può trarre spunto dalla storia per parlare anche del tempo e delle stagioni; si può allora associare ad ognuna delle quattro isole una stagione, introdurre il tema della diversa lunghezza delle giornate nei vari momenti dell'anno e della diversità degli ambienti naturali anche in base all'insolazione)



A volo d'uccello

Prima di iniziare a lavorare con i percorsi si può provare a muoversi liberamente tra le isole, identificandosi con degli uccelli che possono volare e attraversare così anche le acque. Seguendo le indicazioni i bambini proveranno allora ad esempio a passare dall'isola gialla a quella verde senza passare su quella rossa, oppure dall'isola gialla a quella verde volando sopra la blu ma senza atterrarvi, e così via, complicando di volta in volta le indicazioni. Il momento del volo si può simulare richiedendo di tenere le braccia allargate, mentre se si abbassano le braccia si è atterrati.

E ora i ponti

Torniamo ora alla storia e al problema dell'attraversamento delle acque. Il principe decide di far costruire dei ponti. I bambini provano allora a sistemare dei ponti che colleghino un'isola all'altra (descrivendo quello che stanno facendo: con questo ponte si può andare dall'isola gialla alla verde ... - e viceversa (!)). I ponti si possono realizzare con delle strisce di cartone. Finalmente si può camminare da un'isola all'altra; ovviamente quando si attraversa un ponte bisogna fare attenzione a non mettere i piedi nell'acqua! Dopo aver lavorato un po' liberamente si chiede di collocare i ponti seguendo alcune istruzioni. Esempi (più o meno difficili):

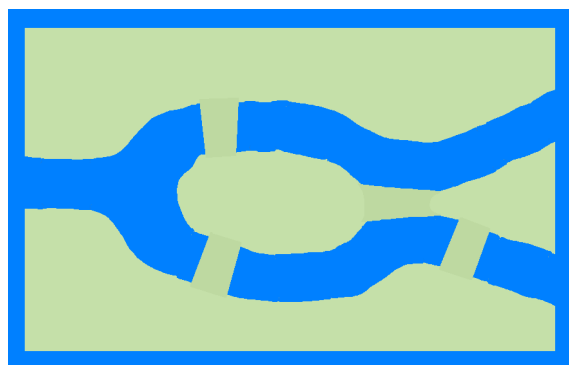
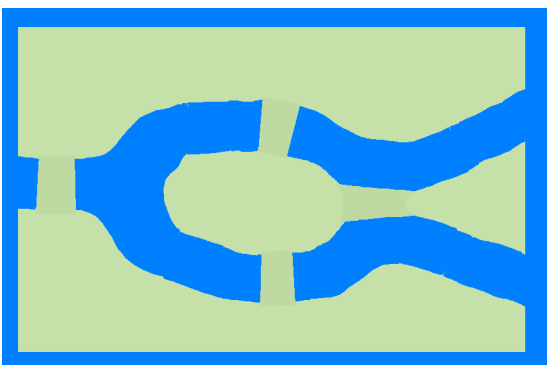
- Se il principe è sull'isola con la torre rossa, come si possono mettere i ponti in modo che possa raggiungere ognuna delle altre tre isole attraversando un solo ponte? E partendo da quella gialla? E da quella blu? E da quella verde?
- E se non si sa da dove partirà il principe, come si possono mettere i ponti per essere sicuri che ovunque voglia andare gli sarà sufficiente attraversare un solo ponte?
- Disponi i ponti in modo che il principe partendo dall'isola rossa possa fare il giro di tutte le isole e tornare alla rossa, attraversando le altre isole una sola volta.
- Disponi dei ponti in modo da collegare tutte le isole, cioè in modo che sia possibile arrivare a ogni isola. Prova a fare lo stesso usando meno ponti possibile. Quanti ponti ti servono?
- E' possibile collegare l'isola blu a tutte le altre usando solo tre ponti? E usandone solo due?
- Disponi i ponti in modo che se uno viene chiuso per lavori nessuna isola rimane comunque isolata (la maestra o un compagno indicheranno di volta in volta quale ponte si dovrà chiudere).

Percorsi

Passiamo ora alla ricerca dei percorsi. Nella versione completa i bambini a turno giocano il ruolo dei cavalieri. Qualcuno (il principe) avrà lasciato un pezzo della corona su ciascun ponte. I cavalieri devono attraversare tutti i ponti (raccogliendo i pezzi della corona) senza mai passare due volte per uno stesso ponte (per non essere mangiati dai dragoni). Si può eventualmente fare prima qualche giro di prova senza la seconda richiesta (i dragoni per magia non si sveglieranno). Si può scegliere di chiamare quattro bambini che si disporranno ciascuno su un'isola (al momento dell'alba chi è pronto accenderà la fiaccola alzando la mano), oppure di chiamare un solo bambino alla volta che potrà scegliere da dove partire. In alcune circostanze la maestra potrà suggerire il punto di partenza.

Nelle nostre esperienze abbiamo rilevato che risulta d'aiuto affiancare al cavaliere un "aiutante" che lo segue passo passo, raccoglie al posto del cavaliere i pezzi di corona (il fermarsi chinarsi e ripartire può distrarre dalla ricerca del percorso e dalla sua unitarietà) e pone un segno sul ponte attraversato e da cui non si può più ripassare (può essere un segnale di divieto d'accesso, o il disegno di un dragone sveglio).

Suggeriamo di partire da situazioni che prevedono soli quattro ponti. Quando si sarà lavorato a fondo con questi si potrà aumentarne a piacere il numero. Di seguito riportiamo due disposizioni a titolo di esempio. Altre disposizioni si possono trovare nella storia; altre si possono inventare. Attenzione in questo caso: anche con quattro ponti esistono configurazioni in cui è impossibile eseguire il percorso!



La disposizione dei ponti

Inizialmente potrà essere l'insegnante a collocare i ponti nelle diverse configurazioni. Successivamente sarà utile che siano i bambini stessi a riconoscere e poi a riprodurre alcune diverse disposizioni. Le indicazioni da fornire ai bambini per la disposizione dei ponti possono essere date con due modalità:

1. verbale: si descriverà a parole come disporre i ponti. Ad esempio: mettiamo un ponte che colleghi l'isola rossa con quella verde, ...
2. grafico: si darà ai bambini un disegno che dovranno interpretare riproducendo sul modello in grande i collegamenti descritti.

La descrizione dei percorsi

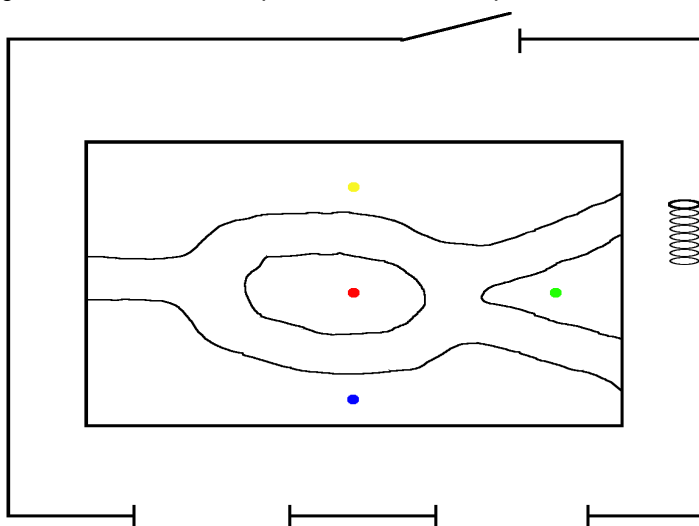
Descrizione verbale

Ogni percorso compiuto sarà oggetto di riflessione. Inizialmente sarà l'insegnante a stimolare alcune osservazioni: da quale isola è partito il cavaliere? dove è arrivato? elenchiamo in ordine tutte le isole attraversate, e i ponti attraversati. Le prime volte questo sarà fatto ripetendo davvero il percorso e descrivendone i passaggi.

Punti di riferimento assoluti e relativi

Se i bambini hanno già lavorato con alcuni concetti spaziali, questa descrizione si potrà via via affinare suggerendo il loro uso nella descrizione del percorso: vado avanti, verso la porta, prendo il ponte a destra ... In questo caso sarà molto utile fissare una volta per tutte un orientamento delle isole rispetto a punti di riferimento nell'aula (o nell'ambiente in cui si svolge l'attività): ad esempio l'isola gialla sta verso la porta, quella blu verso la parete con le finestre sul giardino, quella verde verso la parete con il termosifone. Questi punti di riferimento non cambieranno, mentre di volta in volta cambieranno i riferimenti relativi al cavaliere (con le conseguenti difficoltà aggiuntive).

Se infatti il cavaliere di trova sull'isola rossa ed è girato verso la parete con la porta, avrà l'isola gialla davanti a sé, l'isola blu dietro, e l'isola verde alla sua destra. Ma se si gira verso a parete con le finestre sul giardino, l'isola gialla sarà ora dietro, quella blu davanti e quella verde a sinistra.



Una variante successiva del gioco del percorso potrà prevedere l'esecuzione del percorso da parte di un bambino che segue le indicazioni o i suggerimenti verbali che l'insegnante o un compagno gli fornisce.

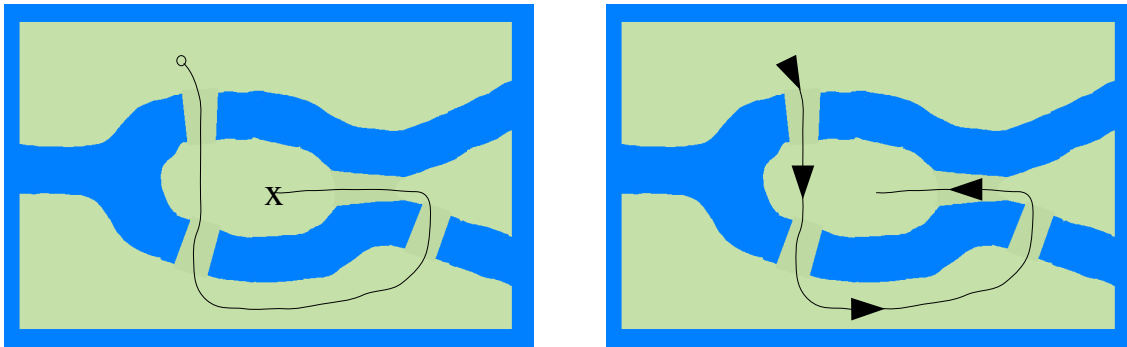
Fase grafica

Si potrà passare poi (o parallelamente) alla fase grafica. Si predisporranno dei disegni che riproducono le configurazioni dei ponti e si chiederà di tracciare con la matita il percorso che un bambino nei panni del cavaliere ha compiuto davanti a tutti nel modello in grande.

Nel foglio i riferimenti assoluti e quelli relativi vengono a coincidere: l'isola gialla sarà in alto, quella blu in basso e quella verde a destra. Per aiutare i bambini ad orientarsi sul foglio si potrà inizialmente far sì che ciascuno si trovi a lavorare con il foglio orientato nello spazio dell'aula esattamente come le isole del modello cioè, seguendo l'esempio, si farà in modo che i bambini si mettano seduti tutti rivolti verso la parete della porta; in questo modo, tenendo il foglio davanti a sé, l'isola gialla (in alto) si troverà verso la parete della porta e quella verde a sinistra verso il termosifone, proprio come nel modello in grande.

Anche qui il passaggio dal *percorso* alla sua *descrizione* si potrà percorrere in senso inverso. Si tratterà allora di interpretare un disegno ed eseguire il percorso lì indicato nel modello in grande. Ad esempio l'insegnante potrà proporre una sua soluzione facendo vedere il disegno di un percorso su un foglio e chiedendo a qualcuno di eseguirlo. Potrebbe essere d'aiuto inizialmente provare a ripercorrere con il dito sul foglio il percorso disegnato e magari aggiungere delle indicazioni verbali. Alla fine il foglio dovrebbe riuscire a "parlare" da sé, senza bisogno di spiegazioni aggiuntive.

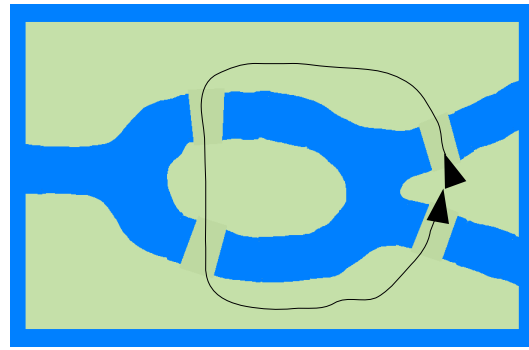
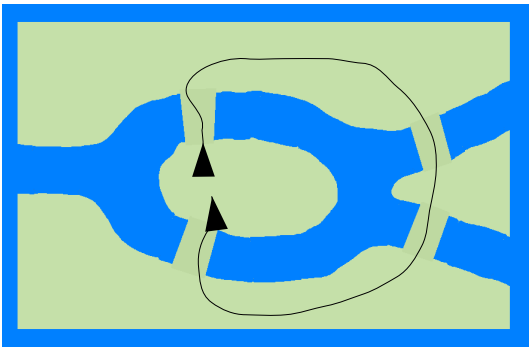
Si tenga presente che i tracciati grafici che segnano il percorso del cavaliere sono soggetti a più interpretazioni; ad esempio punto di partenza e di arrivo possono essere scambiati e il percorso eseguito nei due sensi. Per evitare questa ambiguità si può segnare con un tondino la partenza e con una croce l'arrivo, o aiutarsi con delle frecce.



La fase grafica potrà, in un secondo momento, comprendere anche la riproduzione della configurazione dei ponti. Si potrà cioè provare a fornire il disegno delle isole senza i ponti e chiedere che siano i bambini a disegnare i ponti così li osservano nel modello in grande, nella disposizione che si sta considerando. Si procederà poi tracciando il percorso del cavaliere. Anche questo è un utilissimo esercizio nella scala di astrazione dallo spazio fisico alla comprensione più astratta delle relazioni che collegano fra loro gli oggetti del nostro gioco: isole e ponti.

Più percorsi possibili

Con ogni probabilità si arriverà prima o poi ad osservare che in ogni configurazione ci sono più percorsi possibili, che partono da isole diverse, o che seguono un ordine diverso di attraversamento dei ponti. Abbiamo già osservato che ogni percorso si può seguire anche al contrario. Si osserverà anche che in alcuni casi il cavaliere parte e torna alla stessa isola, in altri l'isola di arrivo è diversa da quella di partenza. Nei primi casi (circuiti chiusi), si potrà partire da un'isola qualsiasi.



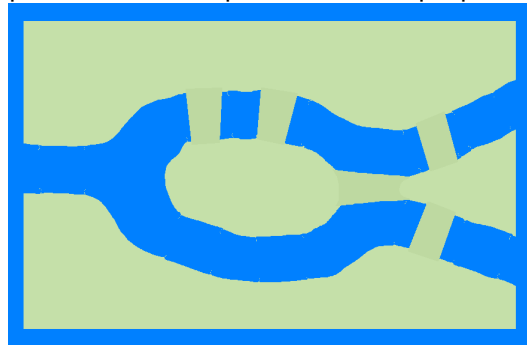
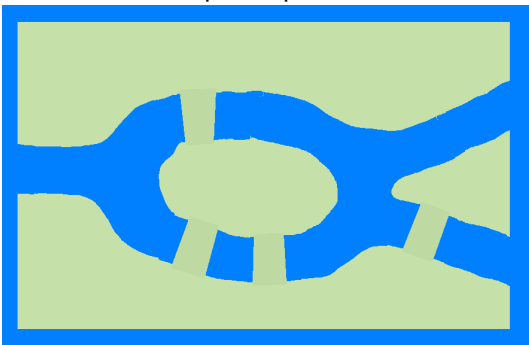
Nei secondi solo due isole (quelle con un numero dispari di ponti) saranno un buon punto di partenza e inutilmente si proverà a trovare un percorso che riporti il cavaliere alla sua torre iniziale (cosa non richiesta dal gioco). Gradualmente l'insegnante potrà provare a suggerire la ricerca di varianti: e se invece che dalla torre rossa partissimo dalla verde? e se invece che attraversare questo ponte attraversassimo prima questo? Questo aiuterà a sviluppare strategie alternative e a dominare meglio il problema: la soluzione sarà sempre meno una scoperta casuale e sempre più una vittoria ragionata.

Inizialmente l'insegnante avrà l'accortezza di proporre varianti che portano al completamento del percorso. In questo modo rafforzerà la fiducia dei bambini nella loro capacità di affrontare il problema. Solo in un secondo momento potrà eventualmente decidere di proporre situazioni ("e se eri andato di qua invece che di là?") che portano a un vicolo cieco, in modo però che il bambino possa accorgersi ed contrapporre a questa richiesta una soluzione ("no, di qua no: poi rimango bloccato; io vado di là").

Più delicato il discorso delle situazioni impossibili, a cui accenniamo di seguito.

Situazioni impossibili

In alcune configurazioni è impossibile trovare un percorso. Questo accade quando ciascuna delle quattro isole ha un numero dispari di ponti. Ecco due esempi, rispettivamente con quattro e con cinque ponti.



L'impossibilità è un discorso complesso. L'insegnante valuterà l'opportunità di affrontarlo oppure no. Nel secondo caso dovrà avere l'accortezza di evitare che durante i giochi si creino situazioni impossibili.

Se i tempi sono maturi e i bambini mostrano una certa sicurezza nel muoversi e nel determinare i percorsi si potrà invece scegliere di provare a introdurre anche i casi impossibili.

Nella storia questo accade solo al livello più avanzato, giocando con sette ponti. Ma eventualmente ci si potrà limitare anche in situazioni più semplici, continuando a lavorare con il numero di ponti consueto.

Di fronte al primo caso impossibile, scoperto per caso o suggerito dall'insegnante, le reazioni potranno essere diverse.

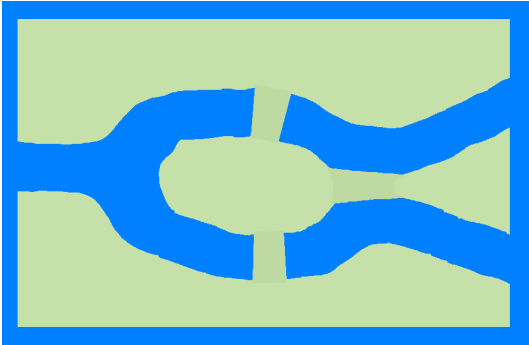
Sarà opportuno lavorare sulla differenza tra difficile, molto difficile e impossibile, anche in contesti del tutto diversi dal gioco delle isole, stimolando i bambini a portare esempi dei vari casi e discutendoli insieme. Ad esempio, si possono individuare cose che non ci riescono perché molto difficili, ma ad altri - che si sono molto allenati - riescono; ci sono poi cose che proprio a nessuno potranno riuscire mai: è difficile fare un salto lungo (portando ad esempio una lunghezza al limite delle loro possibilità), è impossibile fare un salto che dalla porta

arrivi alla parete opposta.

In alcuni bambini si osserverà la tendenza a sfuggire l'“impossibilità”. Ad esempio proveranno a volare dalla porta alla finestra identificandosi con degli uccelli, o comunque ricorrendo alla fantasia. Senza troppo insistere sull'inaccettabilità di questa soluzione, si farà osservare quali situazioni sono realistiche e dove interviene la fantasia.

Per quanto riguarda più strettamente il nostro gioco sarà in questo senso opportuno costruire esempi impossibili il più semplice possibile, in modo che le varie possibilità di percorso siano facilmente esplorabili, e si possa percepire, senza pretendere che sia un convincimento definitivo, che in effetti si è provato tutto quello che si poteva e non si è tuttavia trovato il percorso.

Un esempio semplice, con tre ponti, è il seguente:



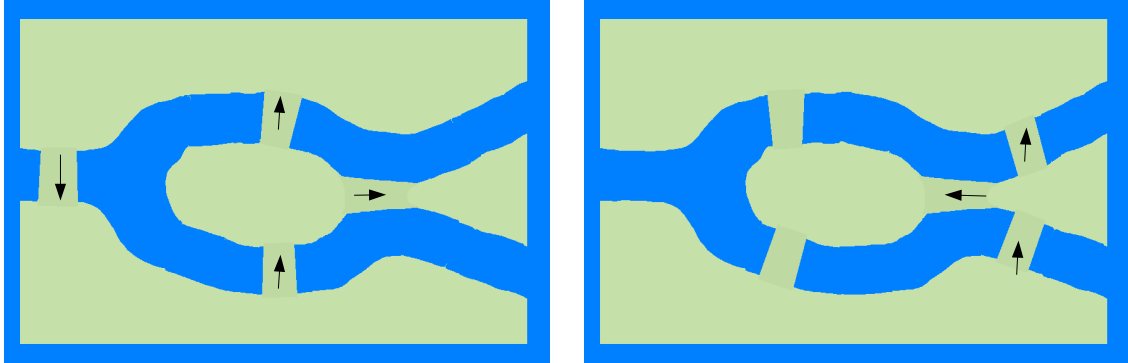
Se si parte dall'isola rossa, si riesce ad attraversare un ponte, ma poi si rimane bloccati nell'isola successiva (gialla, verde o blu). Se si parte da una delle altre tre isole (gialla, verde o blu) si raggiunge la rossa e da qui una delle rimanenti; ma a questo punto di nuovo si rimane bloccati.

Qualcuno potrebbe intuire il meccanismo che permette di andare avanti: per ogni ponte che mi permette di raggiungere un'isola ce ne deve essere uno che mi permette di lasciarla, altrimenti vi rimango bloccato. Le uniche eccezioni possono essere per l'isola di partenza e per quella di arrivo. Ecco il teorema di Eulero, che è però già ben al di là degli scopi di questo nostro gioco. Se si volesse suggerirlo si potrebbe ad esempio lasciare la possibilità ai bambini di aggiungere a loro piacere un ponte per sciogliere la situazione di impossibilità.

Se si è deciso di provare a presentare alcuni casi impossibili non si trascuri l'*aspetto emotivo*. Dopo aver conquistato la costruzione di diversi percorsi, il trovarsi davanti a casi non risolubili rischia di far perdere senso e fiducia in quello che si è fatto fino a quel momento. Se si affronta l'impossibilità questa dovrà essere invece vissuta come la conquista di una nuova consapevolezza. Nella storia, nel momento in cui gli abitanti delle isole scoprono che la situazione che li ha messi in difficoltà è impossibile coincide con il momento in cui trovano l'arma vincente e definitiva contro il Re delle Tenebre, che avendo trasgredito le regole perde ogni potere. Se si è arrivati fin qui si potrà proporre una variante del gioco. Sarà ora un bambino a scegliere le disposizioni dei ponti, impersonando il Re delle Tenebre; ma dovrà proporre configurazioni che sa risolubili, di cui cioè egli conosce almeno una soluzione.

Nota finale: percorsi con senso di percorrenza obbligato

Tutte le tappe fin qui descritte si possono ripetere con una variante: l'attraversamento dei ponti ha un senso obbligato di percorrenza, che nel modello in grande e nei disegni è indicato da frecce. I ponti con senso obbligato possono essere tutti o solo una parte.



Si ricordi che perché i percorsi siano possibili ogni isola dovrà avere tanti ponti uscenti quanti entranti, eccetto quella di partenza (in cui gli uscenti potranno essere uno in più degli entranti) e quella di arrivo (uno in meno).