IX. L’integrazione e la misura


Bernhard Riemann (1826-1866)

Nel 1823 Cauchy aveva dato la prima definizione moderna di integrale per le funzioni continue, o al più con un numero finito di discontinuità.

Nel 1854 **Bernhard Riemann** (1826-1866) nella sua tesi sulla rappresentabilità di una funzione mediante una serie trigonometrica, introduce l’integrale che porta il suo nome, corredato da esempi di funzioni che pur avendo un numero infinito di discontinuità risultano integrabili. La tesi di Riemann resta sconosciuta fino al 1867, quando la sua pubblicazione a cura di Dedekind genera una serie di ricerche sulla relazione tra l’integrabilità di una funzione e l’insieme dei suoi punti di discontinuità. Nel corso di questi studi, si fa strada l’idea che l'integrabilità dipenda da una qualche misura dell'insieme dei punti di discontinuità.


Camille Jordan (1838-1922)

Una prima formulazione della misura di un insieme, dovuta a Peano e a **Camille Jordan**, pur avendo innegabili doti di semplicità, si rivela troppo rigida, e inadatta a risolvere il problema.


Emile Borel (1871-1956)

Nel 1898 **Emile Borel** introduce una teoria della misura degli insiemi più sofisticata e più duttile, definita su una classe molto ampia di insiemi, detti poi insiemi boreliani.

Le idee di Borel vengono ampliate da **Henri Lebesgue**, che definisce la misura in maniera più generale di Borel, e ne fa la base di una nuova teoria dell’integrazione, che nell'analisi moderna ha definitivamente sostituito quella di Riemann.


Henri Lebesgue (1875-1941)


Giuseppe Vitali (1875-1932)

Uno tra i primi studiosi che in Italia si impadroniscono delle idee di Lebesgue è **Giuseppe Vitali**, che per primo dà l'esempio di una funzione non integrabile secondo Lebesgue.

Ancora oggi la teoria della misura è uno dei settori più vitali dell'analisi, anche per i suoi stretti legami con il calcolo delle variazioni e con il calcolo delle probabilità.