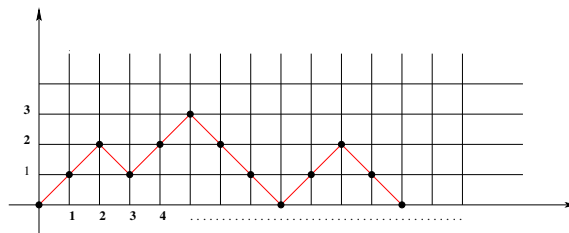
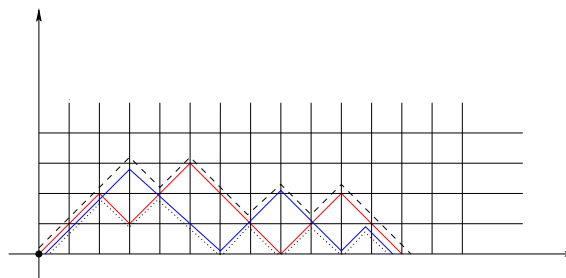


Definizioni

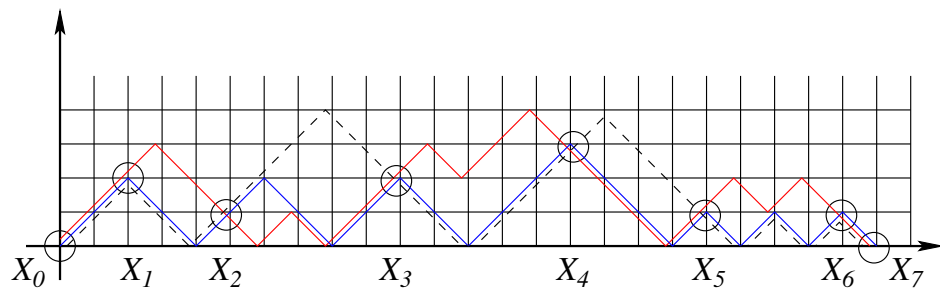
- Sia $n \geq 1$ un intero positivo. Un *cammino di Dyck* di lunghezza $2n$ è una linea spezzata che, partendo dall'origine, unisce i punti del piano a coordinate intere non negative (primo quadrante) utilizzando soltanto passi ascendenti (direzione Nord-Est) o discendenti (direzione Sud-Est) e termina nel punto di coordinate $(2n, 0)$. E' evidente che un cammino di Dyck, essendo i punti che esso unisce a coordinate intere non negative, non oltrepassa mai il semiasse positivo delle ascisse, pur potendolo toccare, e che la sua lunghezza (che coincide con il numero di passi) è sempre pari. Inoltre avrà sempre uno stesso numero di passi ascendenti e discendenti. Nella figura seguente è riportato un esempio di un cammino di Dyck di lunghezza 12.



- Un *fattore* di un cammino di Dyck è una parte di tale cammino che unisce due punti successivi di ordinata nulla. Il cammino in figura sopra ha due fattori.
- L'*altezza* di un fattore è l'ordinata massima dei punti toccati dal cammino. I fattori del cammino in figura hanno altezza 3 e 2. L'altezza di un cammino di Dyck è il massimo fra le altezze dei suoi fattori.
- L'*area* di un cammino di Dyck, è la superficie della regione di piano compresa fra il cammino di Dyck e l'asse delle ascisse. Il cammino in figura sopra ha area pari a 16. In generale l'area di un cammino che unisce due punti del primo quadrante è la superficie della regione di piano contenuta fra il suo profilo e l'asse delle ascisse.
- Dati due cammini di Dyck P e Q della stessa lunghezza il cammino $P \text{ sup } Q$ è il cammino di area minima il cui profilo coincide o è sopra sia al profilo di P sia al profilo di Q . In maniera analoga il cammino $P \text{ inf } Q$ è il cammino di area massima il cui profilo coincide o è sotto sia al profilo di P sia al profilo di Q . Nella figura seguente i profili tratteggiati sono quelli del cammino $P \text{ sup } Q$ (quello superiore) e del cammino $P \text{ inf } Q$ (quello inferiore).



- Dati due cammini di Dyck P e Q della stessa lunghezza, consideriamo i punti X_j , $j = 1, 2, \dots, r-1$, a coordinate intere, comuni a P e Q , che delimitano le zone in cui il profilo di Q è strettamente minore di quello di P . Sia $\{X_0, X_1, X_2, \dots, X_{r-1}, X_r\}$ la successione dei punti X_j dove si è aggiunto $X_0 = (0, 0)$ e $X_r = (2n, 0)$. Il cammino di Dyck $P \rightarrow Q$ (P implica Q) è definito dal profilo di Q fra quelle coppie di punti consecutivi in cui il profilo di Q è strettamente minore di quello di P e dal cammino di area massima fra le coppie di punti rimanenti. In altre parole, $P \rightarrow Q$ è un nuovo cammino che coincide con Q quando esso è più basso di P . Nelle zone in cui questo non avviene, invece, si uniscono i punti nel modo più alto possibile. Nella figura sotto, dati due cammini P (in rosso) e Q (in blu) rappresentati con il tratto continuo, il profilo tratteggiato è il cammino $P \rightarrow Q$. I punti cerchiati costituiscono la successione definita sopra. Notare come fra X_1 e X_2 il cammino $P \rightarrow Q$ coincida con il profilo di Q , mentre fra X_2 e X_3 , dove Q non è sotto a P , il profilo di $P \rightarrow Q$ è ottenuto congiungendo i punti con il cammino di area massima.



Testo dell'esercizio

Costruire un programma in linguaggio C che chieda all'utente di inserire un cammino di Dyck P , dopo aver richiesto la sua dimensione. Il programma deve controllare che si tratti effettivamente di un cammino di Dyck, gestendo in maniera opportuna il caso in cui non lo sia. Dovrà poi calcolare il numero di fattori di cui il cammino è composto, l'altezza di ogni fattore, l'altezza di tutto il cammino e la sua area. Successivamente il programma deve chiedere all'utente di immettere un altro cammino di Dyck Q , della stessa lunghezza di P , (gestendo come prima il caso in cui non sia un cammino di Dyck) e deve mostrare a video il cammino $P \sup Q$ e $P \inf Q$, secondo la stessa codifica (vedi sotto) utilizzata per immettere P e Q . Facoltativamente, il programma deve mostrare a video il cammino $P \rightarrow Q$.

Si suggerisce di codificare un cammino di Dyck con un vettore di interi nella maniera ritenuta più opportuna. Non è necessario mantenere la stessa codifica per lo svolgimento di tutto l'esercizio ma potrebbe risultare utile, a seconda del tipo di richiesta, passare da una codifica ad un'altra. In questo caso, affidare la conversione ad una funzione. Chiaramente, il programma deve comunicare con un messaggio all'utente in che modo inserire il cammino di Dyck, spiegando la codifica utilizzata. Si suggerisce inoltre l'utilizzo di varie funzioni. E' richiesto di corredare l'esecuzione del programma con opportuni messaggi per una chiara lettura e interpretazione delle schermate (es: cammino immesso: . . . , area: . . . , $P \sup Q = : . . .$, etc.).

In una relazione scritta (in formato .pdf) commentare il lavoro svolto. Più precisamente, si richiedono commenti per ogni funzione implementata, spiegando la sua costruzione, le eventuali scelte fatte e la descrizione dei suoi eventuali parametri. La relazione, alla fine, deve riportare tutto il codice sorgente, sinteticamente commentato dove ritenuto necessario. La prima pagina della relazione deve contenere chiaramente i nomi degli autori del progetto (massimo tre autori), i relativi numeri di matricola e la dicitura "Corso di Laurea in Matematica, Laboratorio Informatico, A.A. 2014-2015".

Istruzioni per la consegna:

Il materiale da consegnare è costituito da:

1. Un file in formato .pdf contenente la relazione. Il nome del file deve essere composto dai cognomi degli autori (esempio: BIANCHI.ROSSI.pdf);
2. Un file in formato .c oppure .txt contenente il codice in linguaggio C del progetto (esempio: BIANCHI.ROSSI.txt).

La consegna, effettuata da uno solo degli autori, può avvenire tramite posta elettronica scrivendo all'indirizzo `antonio.bernini@unifi.it`, allegando i file. L'oggetto del messaggio deve essere: PRJ_LAB_INF_14_15 (maiuscolo). Nel corpo del messaggio, scrivere chiaramente il Corso di Laurea di appartenenza e l'anno a cui sono iscritti gli autori (I, II o III, eventualmente fuori corso). In alternativa, è possibile fissare un appuntamento, via email, al quale portare la relazione, già stampata, e il file .c o .txt.