Nome e cognome:

Scritto di Matematica per cdl in Viticoltura ed Enologia
Prova scritta del 13 Aprile 2017

Negli esercizi 2, 3, 4 e 5 vi é richiesto di indicare, oltre alle risposte, anche i passaggi principali svolti per arrivare a dare quelle risposte.

Domande brevi

1a) (1,5 punti) Calcolare la derivata di $\ln\Big((x^2+1)\cos x\Big)$ in $x=0$.

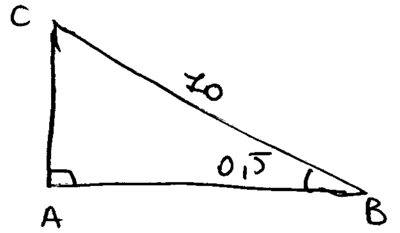
soluzione 0

$$f'(x) = \frac{1}{(x^2+1)\cos x} \cdot \left[2x\cos x - (x^2+1)\,\mathrm{sen}\, x\right]$$

$$f'(0) = \frac{1}{1}\cdot[0-0] = 0$$

1b) (1,5 punti) Il triangolo di vertici A, B, C è rettangolo in A. La misura dell'angolo $A\widehat{B}C$ è $0,5$ radianti e la lunghezza dell'ipotenusa BC è 10. Calcolare la lunghezza del cateto AB.

soluzione 8.7



$$AB = 10\cos 0{,}5$$
$$= 8.7$$

1c) (1,5 punti) La retta $y=x$ è tangente al grafico di $y=(x+1)\tan x$ in $(0,0)$?

soluzione sì

$$y' = \mathrm{tg}\, x + \frac{x+1}{\cos^2 x}, \quad y'(0) = 0 + 1 = m$$

$$y(0) = (0+1)\,\mathrm{tg}\, 0 = 0$$

$\Rightarrow$ $f(x)$ passa per $(0,0)$ e la retta tg ha coef. ang. $= 1$

1d) (1,5 punti) Risolvere l'equazione $6\, e^{3x} - 1 = \sqrt{2}$.

soluzione $\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{6}\right)/3$

$$6\cdot e^{3x} - 1 = \sqrt{2} \longrightarrow e^{3x} = \frac{\sqrt{2}+1}{6}$$

$$\ln e^{3x} = \ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{6}\right)$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{6}\right)}{3} \approx -0{,}30346$$

2) (5 punti)
Una piccola industria di elettrodomestici spende 9000 euro per produrre 1000 tostapane in una settimana, incrementando la produzione a 1500 tostapane per settimana il costo passa a 12000 euro.

a) Esprimere il costo di produzione in funzione del numero di tostapani prodotti in una settimana, assumendo che tale costo sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)
b) Quanti euro spenderà per produrre 2500 tostapane?

risposta a a):	$y = 6x + 3000$
risposta a b):	18.000

Svolgimento:

chiamiamo $x =$ numero tostapane prodotti in una settimana
$y =$ costo di produzione.

So che $y(1000) = 9000$ e $y(1500) = 12.000$ e che

$y = mx + q$.

Per trovare m e q opero come se dovessi trovare l'equazione di una retta che passa per due punti. Ottengo

$y = 6x + 3000$.

Quando $x = 2500$ ottengo $y = 18.000$

3) (8 punti) Sia $f(x) = \dfrac{(x+1)(x-2)}{e^{2x}}$.

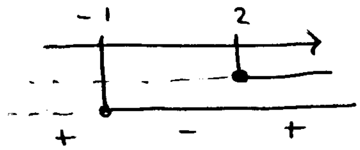
Il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$ e inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

a) Dire dove f è negativa, dove è positiva e dove si annulla;
b) Scrivere f' e dire dove f cresce, dove decresce e dove f' è zero;
c) Scrivere f'' e dire dove f è concava verso l'alto;
d) Disegnare il grafico di f tenendo conto anche della concavità.

f è positiva in $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ è negativa in $(-1,2)$	è zero in -1, 2
derivata prima di f $(-2x^2+4x+3)/e^{2x}$	
f cresce in $\left(1-\frac{\sqrt{10}}{2}, 1+\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$	e decresce in $\left(-\infty, 1-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)\cup\left(1+\frac{\sqrt{10}}{2},+\infty\right)$
x in cui $f'=0$ e valore di f in essi $x_1 = 1-\frac{\sqrt{10}}{2}$, $x_2 = 1+\frac{\sqrt{10}}{2}$, $f(x_1) = \frac{1-\sqrt{10}}{2e^{2-\sqrt{10}}}$, $f(x_2) = \frac{1+\sqrt{10}}{2e^{2+\sqrt{10}}}$	
derivata seconda di f $\frac{4x^2-12x-2}{e^{2x}}$	
f è concava verso l'alto in $\left(-\infty, \frac{3-\sqrt{11}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{11}}{2},+\infty\right)$	

Svolgimento e grafico:

a) $f(x)\geq 0$, $\dfrac{(x+1)(x-2)}{e^{2x}} \geq 0$ — $N \geq 0$ $x \geq -1$, $x \geq 2$; $D > 0$ sempre +



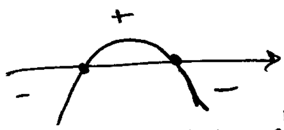
pos in $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$
neg. in $(-1,2)$

b) $f'(x) = \dfrac{[1(x-2)+1(x+1)]e^{2x} - 2e^{2x}(x+1)(x-2)}{e^{4x}}$

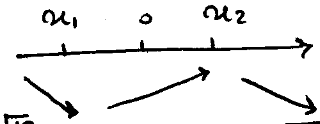
$= \cancel{e^{2x}} \cdot \dfrac{x-2+x+1 -2(x^2+x-2x-2)}{e^{2x}}$

$= \dfrac{2x-1-2x^2+2x+4}{e^{2x}} = \dfrac{-2x^2+4x+3}{e^{2x}} \geq 0$

$\Delta/4 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 4+6 = 10 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-2\pm\sqrt{10}}{-2}$ — $1-\frac{\sqrt{10}}{2} = x_1$ ($-0{,}58$); $1+\frac{\sqrt{10}}{2} = x_2$ ($2{,}58$)



$\Longrightarrow$

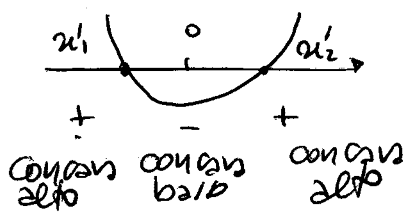


$f(x_1) = \dfrac{\left(1-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \left(1-\frac{\sqrt{10}}{2}\right) - 2}{e^{2-\sqrt{10}}} = \dfrac{1-\sqrt{10}}{2e^{2-\sqrt{10}}}$, $f(x_2) = \dfrac{1+\sqrt{10}}{2e^{2+\sqrt{10}}}$

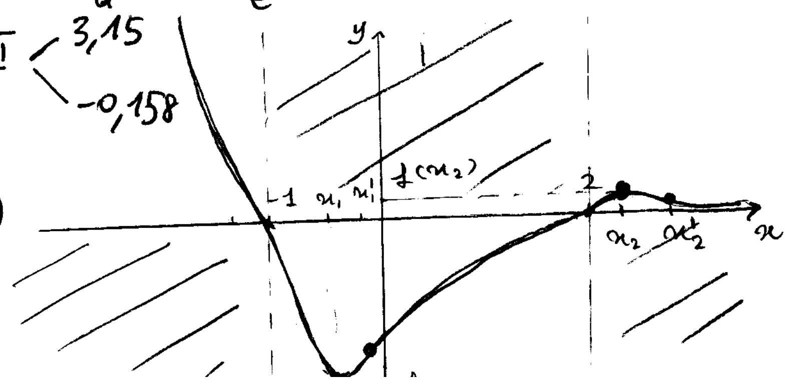
c) $f''(x) = \dfrac{(-4x+4)e^{2x} - 2e^{2x}(-2x^2+4x+3)}{e^{4x}}$

$= \dfrac{4x^2-12x-2}{e^{2x}} = \dfrac{2(2x^2-6x-1)}{e^{2x}} \geq 0$

$\frac{\Delta}{4} = 9+2 = 11$, $x'_{1,2} = \dfrac{3\pm\sqrt{11}}{2}$ — $3{,}15$; $-0{,}158$



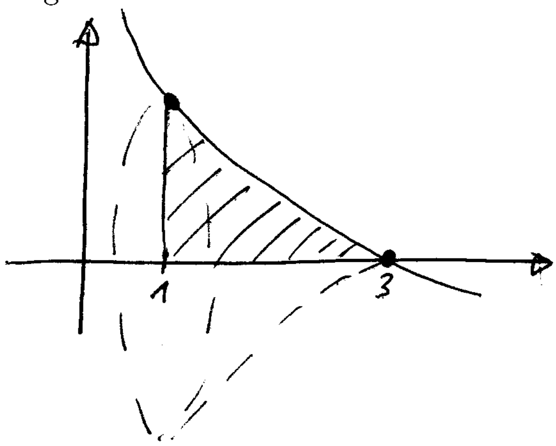
d)



4) (6 punti) Considerate la parte del grafico di $y = \frac{6}{x} - 2$ compresa tra i punti $(1,4)$ e $(3,0)$. Calcolate il volume del solido che si ottiene ruotando questa parte del grafico di 360 gradi intorno all'asse x.

integrale necessario per calcolare il volume
valore del volume

Svolgimento:



$$\text{Volume} = \int_1^3 \pi \left(\frac{6}{x} - 2\right)^2 dx = \pi \int_1^3 \frac{36}{x^2} - \frac{24}{x} + 4 \, dx$$

$$= \pi \left[-\frac{36}{x} - 24 \ln|x| + 4x \right]_1^3$$

$$= \pi \left[\left(-\frac{36}{3} + 36 \right) - 24 \left(\ln 3 - \ln 1 \right) + 4(3-1) \right]$$

$$= \pi \left[24 - 24 \ln 3 + 8 \right] = \pi \left(32 - 24 \ln 3 \right) \approx \pi \cdot 5{,}6333$$

$$\approx 17{,}6975$$

5) (7 punti) Considerate l'integrale

$$\int_{0,1}^{1,3} 2\cos x + \sqrt{x}(1+x) + \sqrt{2}\,dx.$$

a) Calcolatene il valore esàtto tramite il metodo delle primitive;
b) Calcolatene un valore approssimato tramite il metodo del trapezio con $n = 4$ (attenzione all'uso dei gradi e dei radianti nel calcolo);
c) Calcolate la differenza tra i due valori ottenuti.

primitiva
valore esatto
valore approssimato
differenza

Svolgimento:

a) $$\int_{0,1}^{1,3} 2\cos x + \sqrt{x} + x\sqrt{x} + \sqrt{2}\,dx = \left[2\,\mathrm{sen}\,x + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{\cancel{2}2}{5}x^{5/2} + \sqrt{2}\,x\right]_{0,1}^{1,3} = 2\left(\mathrm{sen}\,1{,}3 - \mathrm{sen}\,0{,}1\right) + \frac{2}{3}\left(1{,}3^{3/2} - 0{,}1^{3/2}\right) + \frac{2}{5}\left(1{,}3^{5/2} - 0{,}1^{5/2}\right)$$

$$+\sqrt{2}\,(1{,}3 - 0{,}1) \approx 1{,}72745 + 0{,}96707 + 0{,}76949 + 1{,}69706 \approx 5{,}16106$$

b) $\Delta x = \frac{1{,}2}{4} = 0{,}3$

0,1 0,4 0,7 1 1,3

x	f(x)
0,1	3,75207
0,4	4,14177
0,7	4,36621
1	4,49481
1,3	4,57161

$$\int \approx \frac{\Delta x}{2}\left(f(0{,}1) + 2f(0{,}4) + 2f(0{,}7) + 2f(1) + f(1{,}3)\right) \approx 5{,}14940$$

Nome e cognome:

Scritto di Matematica per cdl in Viticoltura ed Enologia
Prova scritta del 13 Aprile 2017

Negli esercizi 2, 3, 4 e 5 vi é richiesto di indicare, oltre alle risposte, anche i passaggi principali svolti per arrivare a dare quelle risposte.

Domande brevi

1a) (1,5 punti) Calcolare la derivata di $\sqrt{\frac{x+1}{\cos x}}$ in $x = 0$.

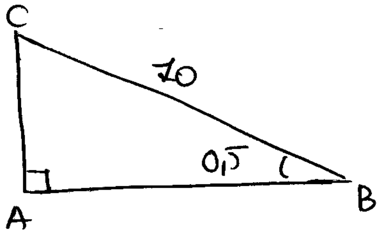
soluzione $1/2$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{x+1}{\cos x}}} \cdot \frac{\cos x + \operatorname{sen} x\,(x+1)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\cos x}{x+1}} \cdot \frac{\cos x + (x+1)\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} \qquad f'(0) = \frac{1}{2}\cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

1b) (1,5 punti) Il triangolo di vertici A, B, C è rettangolo in A. La misura dell'angolo $A\widehat{B}C$ è $0,5$ radianti e la lunghezza dell'ipotenusa BC è 10. Calcolare la lunghezza del cateto AC.

soluzione 4,8



$$AC = CB \cdot \operatorname{sen} 0{,}5$$
$$= 4{,}8$$

1c) (1,5 punti) La retta $y = \frac{3}{2}x + 1$ è tangente al grafico di $y = e^x\sqrt{x+1}$ in $(0,1)$?

soluzione sì

$$y' = e^x\sqrt{x+1} + \frac{e^x}{2}\frac{1}{\sqrt{x+1}} = e^x\left(\sqrt{x+1} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)$$

$$y'(0) = 1\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

$$y(0) = 1\sqrt{1} = 1$$ $\Rightarrow$ $f(x)$ passa per $(0,1)$ e ~~la~~ ~~come~~ la retta tg in $(0,1)$ ha $m = 3/2$

1d) (1,5 punti) Risolvere l'equazione $6\cdot 2^{3x} - 1 = \sqrt{3}$.

soluzione $\log_2\left(\frac{\sqrt{3}+1}{6}\right)/3$

$$6\cdot 2^{3x} - 1 = \sqrt{3} \longrightarrow 2^{3x} = \frac{\sqrt{3}+1}{6}$$

$$\Rightarrow \log_2 2^{3x} = \log_2\left(\frac{\sqrt{3}+1}{6}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log_2\left(\frac{\sqrt{3}+1}{6}\right)}{3} \approx -0{,}3783$$

2) (5 punti)

Il costo complessivo annuale per una auto dipende dal chilometraggio annuale percorso. Si spendono 3800 euro per percorrere 10000 Km e 4700 per percorrerne 15000.

a) Esprimere il costo in funzione del numero di Km percorsi, assumendo che tale costo sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)

b) Usare il risultato del punto precedente per predire quanto costerà usare la macchina per un 20000 Km all'anno.

risposta a a):	costo = 0,18 · numero Km + 2000
risposta a b):	= 0,18 · 20.000 + 2000 cioè 5600

Svolgimento:

3) (8 punti) Sia $f(x) = e^{3x}\left(x-2\right)^2$.

Il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$ e inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

a) Dire dove f è negativa, dove è positiva e dove si annulla;
b) Scrivere f' e dire dove f cresce, dove decresce e dove f' è zero;
c) Scrivere f'' e dire dove f è concava verso l'alto;
d) Disegnare il grafico di f tenendo conto anche della concavità.

f è positiva in $\mathbb{R}$	è negativa in $\emptyset$	è zero in 2
derivata prima di f $e^{3x}(3x^2-10x+8)$		
f cresce in $(-\infty, 4/3)\cup(2,+\infty)$	e decresce in $(\frac{4}{3}, 2)$	
x in cui $f'=0$ e valore di f in essi $x_1=\frac{4}{3}$, $x_2=2$, $f(x_1)=\frac{4}{9}e^4$, $f(x_2)=0$		
derivata seconda di f $e^{3x}(9x^2-24x+14)$		
f è concava verso l'alto in $(-\infty, \frac{4-\sqrt{2}}{3})\cup(\frac{4+\sqrt{2}}{3},+\infty)$		

Svolgimento e grafico:

a) $f(x)\geq 0 \qquad \underbrace{e^{3x}}_{>0}\underbrace{(x-2)^2}_{\geq 0}\geq 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

b) $f'(x) = 3e^{3x}(x-2)^2 + e^{3x}\cdot 2(x-2) > 0$

$= e^{3x}\left[3x^2-12x+12+2x-4\right] = e^{3x}(3x^2-10x+8)\geq 0$

$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 25-24 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5\pm 1}{3} = \begin{cases}\frac{4}{3}\\ 2\end{cases}$

$f(x_1) = e^4\left(\frac{4}{3}-2\right)^2 = \frac{4}{9}e^4$

$+ \nearrow \qquad \searrow \; - \qquad 2 \nearrow +$

$1{,}3 \quad \frac{4}{3}$

c) $f''(x) = 3e^{3x}(3x^2-10x+8) + e^{3x}(6x-10)$

$= e^{3x}(9x^2-30x+24+6x-10) = \underbrace{e^{3x}}_{>0}(9x^2-24x+14)\geq 0$

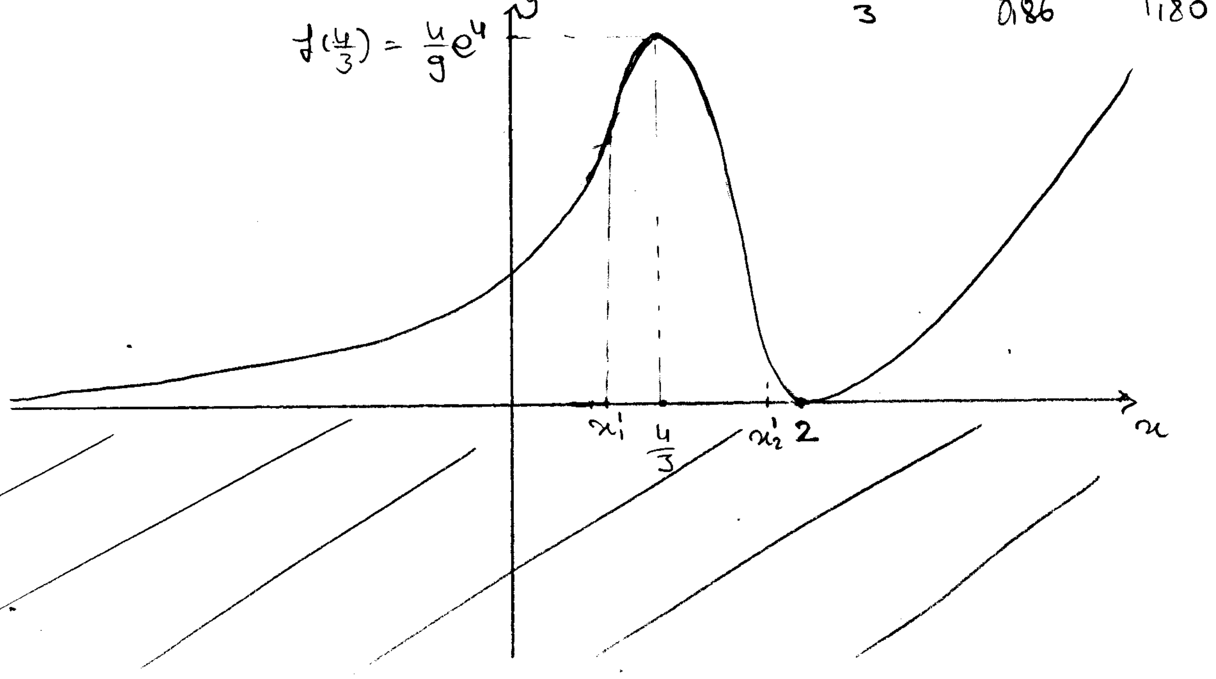
$\frac{\Delta}{4} = 144-126 = 18$, $x'_{1,2} = \frac{12\pm 3\sqrt{2}}{9} = \begin{cases}\frac{4-\sqrt{2}}{3}\\ \frac{4+\sqrt{2}}{3}\end{cases}$

$+ \qquad - \qquad +$

$x'_1 \quad x'_2$

$0{,}86 \quad 1{,}80$

d)



4) (6 punti) Considerate la parte del grafico di $y = \dfrac{10}{x} - 1$ compresa tra i punti $(1, 9)$ e $(10, 0)$. Calcolate il volume del solido che si ottiene ruotando questa parte del grafico di 360 gradi intorno all'asse x.

integrale necessario per calcolare il volume
valore del volume

Svolgimento:

$$\text{Volume} = \pi \int_1^{10} \left(\frac{10}{x} - 1\right)^2 dx = \pi \int_1^{10} \frac{100}{x^2} - \frac{20}{x} + 1 \quad dx$$

$$= \pi \left(-\frac{100}{x} - 20 \ln|x| + x\right]_1^{10} = \pi \left[\left(-\frac{100}{10} + 100\right) - 20(\ln 10 - \ln 1)\right.$$

$$\left. + 10 - 1\right] = \pi \left(90 - 20 \ln 10 + 9\right) = \pi (99 - 20 \ln 10)$$

$$\approx \pi \cdot 52{,}94830$$

$$\approx 166{,}34198$$

5) (7 punti) Considerate l'integrale

$$\int_{0,5}^{1,3} -3\sin x + x(1+\sqrt{x}) + \sqrt{3}\, dx.$$

a) Calcolatene il valore esatto tramite il metodo delle primitive;
b) Calcolatene un valore approssimato tramite il metodo del trapezio con $n = 4$ (attenzione all'uso dei gradi e dei radianti nel calcolo);
c) Calcolate la differenza tra i due valori ottenuti.

primitiva	$3\cos x + \frac{x^2}{2} + \frac{2}{5}x^{5/2} + \sqrt{3}\cdot x$
valore esatto	
valore approssimato	0,98371
differenza	

Svolgimento:

a) $\int_{0,5}^{1,3} -3\sin x + x + x\sqrt{x} + \sqrt{3}\, dx = \left[3\cos x + \frac{x^2}{2} + \frac{2}{5}x^{5/2} + \sqrt{3}\right]_{0,5}^{1,3} \approx$ 0,97592

b) $\Delta x = \frac{0,8}{4} = 0,2$

0,5 0,7 0,9 1,1 1,3

x	$f(x)$
0,5	1,14733
0,7	1,08506
0,9	1,13589
1,1	1,31212
1,3	1,62360

$$\int \approx \frac{0,2}{2}\Big(f(0,5) + 2f(0,7) + 2f(0,9) + 2f(1,1) + f(1,3)\Big) \approx 0,98371$$

Nome e cognome:

Scritto di Matematica per cdl in Viticoltura ed Enologia
Prova scritta del 13 Aprile 2017

Negli esercizi 2, 3, 4 e 5 vi é richiesto di indicare, oltre alle risposte, anche i passaggi principali svolti per arrivare a dare quelle risposte.

Domande brevi

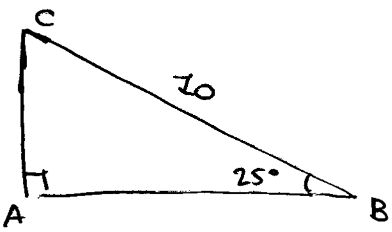
1a) (1,5 punti) Calcolare la derivata di $\sin\left(\frac{2x}{e^x}\right)$ in $x = 0$.

soluzione 2

$$f'(x) = \cos(2xe^{-x}) \cdot [-2xe^{-x} + 2e^{-x}]$$
$$= \cos\left(\frac{2x}{e^x}\right) \cdot \left[\frac{2-2x}{e^{+x}}\right]$$

1b) (1,5 punti) Il triangolo di vertici A, B, C è rettangolo in A. La misura dell'angolo $A\hat{B}C$ è 25 gradi e la lunghezza dell'ipotenusa BC è 10. Calcolare la lunghezza del cateto AB.

soluzione 9,06



$$AB = CB \cdot \cos 25^\circ$$
$$= 10 \cos 25^\circ$$
$$= 9{,}06$$

1c) (1,5 punti) La retta $y = 2x$ è tangente al grafico di $y = 2e^x \sin x$ in $(0, 0)$?

soluzione sì

$y' = 2e^x \operatorname{sen} x + 2e^x \cos x$

$y'(0) = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$

$y(0) = 2e^0 \operatorname{sen} 0 = 0$

$f(x)$ passa per $(0,0)$ e ha rett. tg in $(0,0)$ di coeff. ang 2

1d) (1,5 punti) Risolvere l'equazione $\frac{10^{3x}}{2} - 2 = \sqrt{2}$.

soluzione $\log_{10}(2(\sqrt{2}+2))/3$

$$\frac{10^{3x}}{2} - 2 = \sqrt{2} \longrightarrow \frac{10^{3x}}{2} = \sqrt{2} + 2$$

$$\log_{10} 10^{3x} = \log_{10}(2(\sqrt{2}+2))$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log_{10}(2(\sqrt{2}+2))}{3} \approx 0{,}27811$$

2) (5 punti)

Un albergo affitta 35 camere a notte se il prezzo del pernottamento è 65 euro, ne affitta 44 se il prezzo è 55.

a) Esprimere il numero di camere affittate in funzione del prezzo di pernottamento, supponendo che tale dipendenza sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)

b) Usare il risultato del punto precedente per predire a quale prezzo deve praticare l'albergo se vuole affittare tutte le sue 50 camere.

risposta a a):
risposta a b):

Svolgimento:

$x =$ prezzo $\quad y =$ numero camere affittate

$$y = -\frac{9}{10}x + 93,5$$

se voglio $y = 50$ deve essere $x = 48,33$

3) (8 punti) Sia $f(x) = e^{-x}\left(x^2 + x + 1\right)$.

Il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$ e inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

a) Dire dove f è negativa, dove è positiva e dove si annulla;
b) Scrivere f' e dire dove f cresce, dove decresce e dove f' è zero;
c) Scrivere f'' e dire dove f è concava verso l'alto;
d) Disegnare il grafico di f tenendo conto anche della concavità.

f è positiva in $\mathbb{R}$	è negativa in $\emptyset$	è zero in $\emptyset$
derivata prima di f $e^{-x} \cdot x(1-x)$		
f cresce in $(0,1)$	e decresce in $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$	
x in cui $f'=0$ e valore di f in essi $x=0$, $x=1$, $f(0)=1$, $f(1)=\frac{3}{e}$		
derivata seconda di f $e^{-x}(x^2-3x+1)$		
f è concava verso l'alto in $\left(-\infty, \frac{3-\sqrt5}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt5}{2}, +\infty\right)$		

Svolgimento e grafico:

a) $f(x) \geq 0 \to \underbrace{e^{-x}}_{>0}\underbrace{(x^2+x+1)}_{>0} \geq 0 \Rightarrow$ è sempre +

b) $f'(x) = e^{-x}(2x+1) - e^{-x}(x^2+x+1)$
$= e^{-x}(-x^2+x) = e^{-x}\cdot x(1-x) \geq 0$

$e^{-x} > 0$ sempre, $x \geq 0$, $x \leq 1$

0 1
$-$ $+$ $-$

$f(0) = 1$, $f(1) = \frac{3}{e}$

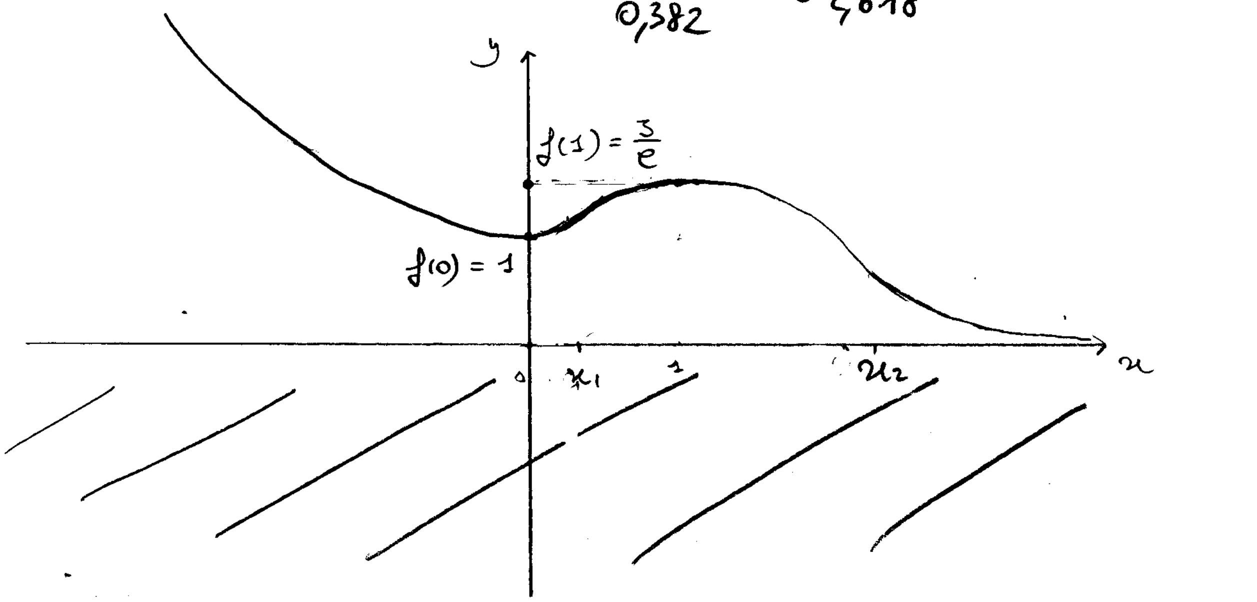
c) $f''(x) = e^{-x}(-2x+1) - e^{-x}(-x^2+x)$
$= e^{-x}(x^2-3x+1) \geq 0$

$\Delta = 9-4 = 5$, $x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt5}{2}$

$x_1 = \frac{3-\sqrt5}{2} \approx 0{,}382$, $x_2 = \frac{3+\sqrt5}{2} \approx 2{,}618$

$+$ $-$ $+$
$\frac{3-\sqrt5}{2} \sim 0{,}38$ $\frac{3+\sqrt5}{2} \sim 2{,}61$

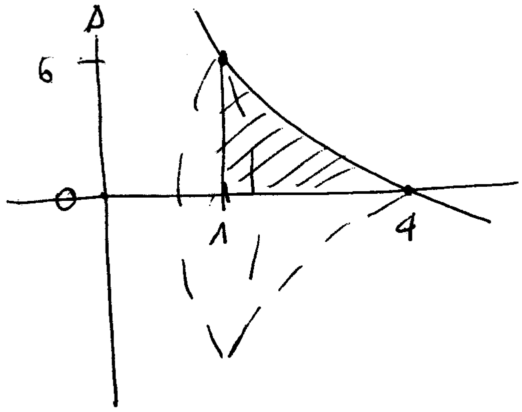
d)



4) (6 punti) Considerate la parte del grafico di $y = \dfrac{8}{x} - 2$ compresa tra i punti $(1,6)$ e $(4,0)$. Calcolate il volume del solido che si ottiene ruotando questa parte del grafico di 360 gradi intorno all'asse x.

integrale necessario per calcolare il volume
valore del volume

Svolgimento:



$$\text{volume} = \pi \int_1^4 \left(\frac{8}{x} - 2\right)^2 dx = \pi \int_1^4 \frac{64}{x^2} + 4 - \frac{32}{x}\, dx$$

$$= \pi \left[-\frac{64}{x} + 4x - 32 \ln|x| \right]_1^4 = \pi \left[\left(-\frac{64}{4} + 64 \right) + 4(4-1) - 32(\ln 4 - \ln 1) \right] = \pi \left(48 + 12 - 32 \ln 4 \right) = \pi \left(60 - 32 \ln 4 \right)$$

$$\approx \pi \cdot 15{,}63858 \approx 49{,}13005$$

5) (7 punti) Considerate l'integrale

$$\int_1^{2,6} -\cos x + \sqrt{x}(x-2) + \frac{e}{10}\, dx.$$

a) Calcolatene il valore esatto tramite il metodo delle primitive;
b) Calcolatene un valore approssimato tramite il metodo del trapezio con $n = 4$ (attenzione all'uso dei gradi e dei radianti nel calcolo);
c) Calcolate la differenza tra i due valori ottenuti.

primitiva	$-\operatorname{sen} x + \frac{2}{5}x^{5/2} - 2\cdot\frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{e}{10}\cdot x$
valore esatto	
valore approssimato	
differenza	

Svolgimento:

a) $$\int_1^{2,6} -\cos x + \sqrt{x}\cdot x - 2\sqrt{x} + \frac{e}{10} = \left(-\operatorname{sen} x + \frac{2}{5}x^{5/2} - \frac{4}{3}x^{3/2} + \frac{e}{10}\cdot x\right]_1^{2,6}$$

$$= -\operatorname{sen} 2,6 + \operatorname{sen} 1 + \frac{2}{5}\left(2,6^{3/2} - 1\right) - \frac{4}{3}\left((2,6)^{3/2} - 1\right) + \frac{e}{10}\cdot(2,6-1)$$

$$\approx 0,32597 + 3,96007 - 4,25650 + 0,43492 \sim 0,46446$$

b) $\Delta x = \frac{1,6}{4} = 0,4$

1   1,4   1,8   2,2   2,6

x	f(x)
1	1,26847
1,4	−0,60807
1,8	0,23070
2,2	1,15698
2,6	2,09619

$$\int \approx \frac{\Delta x}{2}\Big(f(1) + 2f(1,4) + 2f(1,8) + 2f(2,2) + f(2,6)\Big)$$

$$\approx 0,47739$$