Nome: Corso di laurea:

Iscritto all'anno di corso:1 2 3 f.c.

Corso di Matematica, Prova scritta del 30 Gennaio 2008
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione. Svolgere uno solo fra i due esercizi 1a) e 1b), a vostra scelta. Gli iscritti al 3 anno e i fuori corso svolgano l'esercizio 5b) al posto del 5a).

1a) (5 punti) a) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = e^x - 6x$ nel punto $(2, f(2))$.

Coeff. angolare retta tangente: Equazione retta:

b) Determinare il punto A del grafico di f in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $-2x - 3y = 100$.

Quale equazione deve soddisfare l'ascissa del punto A?

Quali sono le coordinate del punto A?

1b) (5 punti) Il costo (in euro) di una corsa in taxi è una funzione lineare dei km percorsi. La tabella seguente da i valori di tale costo per due percorrenze :

costo	4,4	8
km percorsi	2	20

a) Scrivere la formula che esprime il costo in funzione dei km percorsi. $M = \frac{8-4,4}{20-2} = \frac{2}{10}$

quindi $costo = 8 + \frac{2}{10}(Km - 20)$, cioè $costo = \frac{2}{10}Km + 4$

b) Quanti km si possono percorrere con una spesa di 100 euro? Si deve risolvere $100 = \frac{2}{10}Km + 4$ e si ottiene $Km = 480$

2) (10 punti) Disegnare il grafico della seguente funzione, (non studiare la sua concavità):

$$f(x) = \left(\frac{1}{x} + 6\right) e^x.$$

dominio = $x \neq 0$

limiti necessari: $\lim_{x \to -\infty} f = (6+0) \cdot 0 = 0$ $\quad \lim_{x \to 0^-} f = -\infty \cdot 1 = -\infty$

$\lim_{x \to 0^+} f = +\infty \cdot 1 = +\infty$ $\quad \lim_{x \to +\infty} (0+6) \cdot \infty = +\infty$

Se ci sono asintoti orizzontali indicarli?

l'asse x è asintoto orizzontale quando $x \to -\infty$

stessa cosa per i verticali?

l'asse y è asintoto quando $x \to 0^+$ e $x \to 0^-$

f si annulla in: $x = -\frac{1}{6}$

è positiva in: $\left(-\infty, -\frac{1}{6}\right] \cup [0, +\infty)$

ed è negativa in: $\left[-\frac{1}{6}, 0\right]$

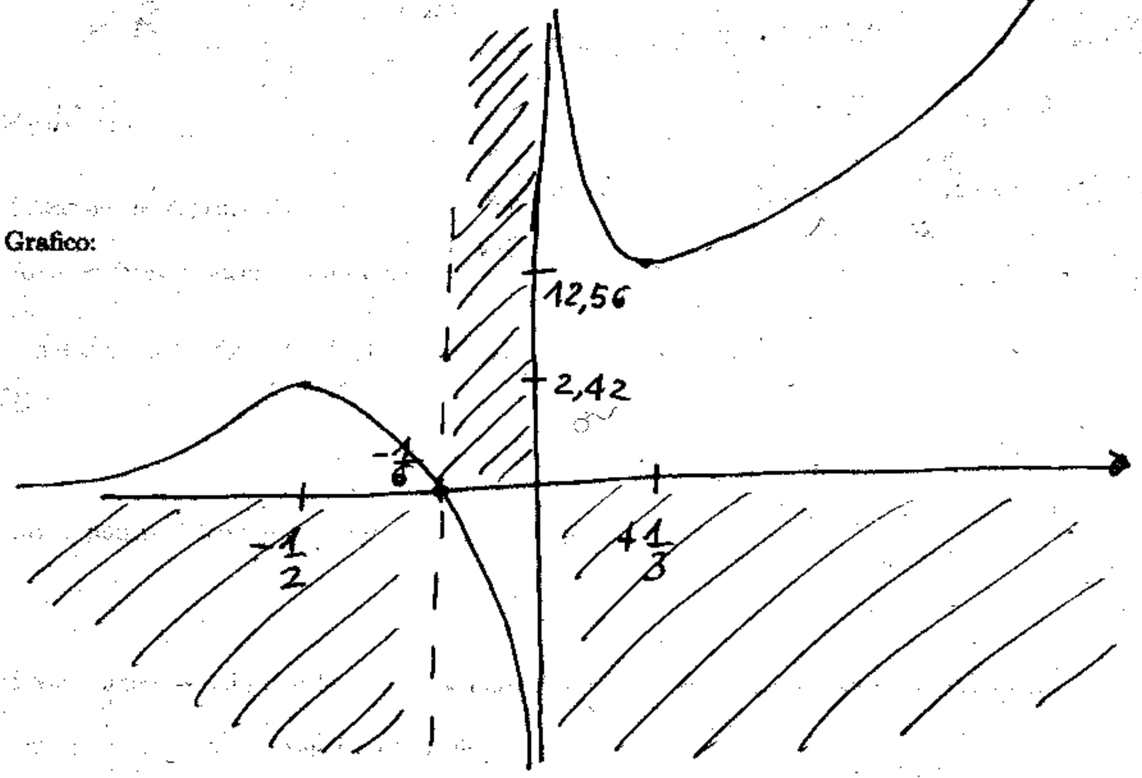
$f' =$

$e^x\left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 6\right)$ cioè $e^x\left(\frac{-1+x+6x^2}{x^2}\right)$

f è crescente in: $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

ed è decrescente in: $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right]$

Grafico:



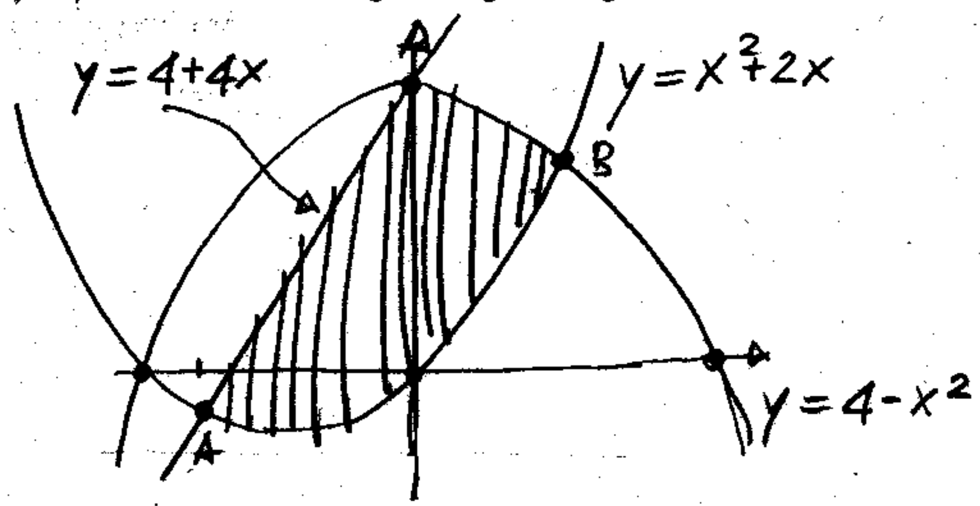
3) (6 punti) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\frac{\sqrt{x}}{10^x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$(\sin x)^3(2x+1)^7$$

$$x\ln(6+x^2)$$

4) (6 punti) Calcolare l'area della regione disegnata in figura.



Calcolo dei vari valori di x necessari per impostare l'integrale (indicare i principali passaggi intermedi):

Ascissa di A : $\begin{cases} y = 4+4x \\ y = x^2+2x \end{cases} \Longrightarrow x^2+2x = 4+4x \Longrightarrow x^2-2x-4=0$

$x = 1 \pm \sqrt{5}$

Quindi ascissa di A = $1-\sqrt{5}$

Ascissa di B $\begin{cases} y = x^2+2x \\ y = 4-x^2 \end{cases} \Longrightarrow x^2+2x = 4-x^2 \Longrightarrow 2x^2+2x-4=0$

Quindi Ascissa di B = 1 $\quad x_1 = -2 \text{ e } x_1 = 1$

Integrale che esprime l'area= $\int_{1-\sqrt{5}}^{0} (4+4x)-(x^2+2x)\,dx + \int_0^1 (4-x^2)-(x^2+2x)\,dx$

Area (scrivere i calcoli in dettaglio) =

$$= \int_{1-\sqrt{5}}^{0} 4+2x-x^2\,dx + \int_0^1 4-2x-2x^2\,dx$$

5a) (6 punti) Calcolare il valore esatto dell'integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{x^2} + e^x\,dx$$

e poi confrontarlo con il suo valore approssimato ottenuto tramite la regola del trapezio (con $n = 5$).

Calcolo esatto dell'integrale (in dettaglio):

Impostazione della formula del trapezio =

risultato del calcolo approssimato =

5b) (6 punti) Calcolare i due integrali seguenti (scrivere tutti i passaggi)

$$\int_4^9 t(\sqrt{t}+1)^2 dt$$

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + e^t\right) dx$$