

Programma definitivo del corso di Matematica e Laboratorio - 9 Crediti
Corso di Studio in Viticoltura ed Enologia
Anno accademico 2017-2018
Prof. Gabriele Bianchi

Materiale di studio:

- Materiale disponibile sul sito web dedicato al corso (compiti scritti degli anni passati, etc.)
web.math.unifi.it/users/bianchi/bianchi.htm
- Marco Abate, *Matematica e Statistica*, McGraw-Hill (III Edizione);
- Gabriele Bianchi, *Alcuni aspetti della teoria dell'integrazione*, dispense scaricabili dal sito web del corso.
- Gabriele Bianchi, *Esercizi assegnati durante il corso*, scaricabili dal sito web del corso.

I numeri di capitolo e paragrafo indicati nel programma si riferiscono alla **terza edizione** del libro di M. Abate. Il simbolo CD (Con Dimostrazione) dopo un teorema indica che la conoscenza della dimostrazione del teorema è richiesta.

1. RAPPRESENTAZIONI DEI DATI

Capitolo 2, con l'esclusione del paragrafo 2.7, e Paragrafi 11.1 e 11.2.

Definizione di **funzione, dominio e immagine**. Definizione di funzione iniettiva, di funzione inversa e di funzione composta.

Grafico e come leggere dal **grafico** i concetti sopra definiti. Test delle rette verticali (per capire quali curve siano grafici) e delle rette orizzontali (per capire iniettività dal grafico). Relazione tra grafico di una funzione e della sua inversa. Interpretare certe equazioni e disequazioni (ad esempio $f(x) = c$ o $f(x) \geq c$) tramite il grafico di f .

Media. Varianza (definizione e formula alternativa (CD) per il suo calcolo).

2. FUNZIONI ALGEBRICHE E TRASCENDENTI

Capitoli 5 e 6, con l'esclusione dei paragrafi 5.2, 5.4, 5.6, 5.7, 6.2, 6.5, 6.6, Paragrafi 11.3 e 11.4

Definizione di funzione pari, dispari, crescente e decrescente.

Principali funzioni elementari (**è fondamentale conoscere le loro definizioni, i loro domini e immagini, i loro grafici, le loro derivate**):

- (a) **funzioni lineari** (proporzionalità diretta, rapporto incrementale costante, determinare funzione lineare da due dati) (paragrafo 5.1);
- (b) **funzioni quadratiche** (informazioni date dai coefficienti a , b e c e disegno della parabola associata, come cambia equazione per effetto di una traslazione del grafico verso l'alto o verso destra, completamento del quadrato: metodo per trovare coordinate del vertice; metodo per derivare formula risolutiva delle eq. di secondo grado, determinare funzione quadratica da tre dati)(paragrafo 5.2);
- (c) **funzioni potenza** (conoscere dominio e grafici che corrispondono a ciascuna tipologia di esponente, intero positivo o negativo, pari o dispari, radici) (paragrafo 5.5);
- (d) **funzione esponenziale e funzione logaritmo** Confronto fra funzione lineare ed esponenziale in termini di rapporto incrementale. Modelli delle scienze applicate (interesse composto, crescita di una popolazione, decadimento dell'acido ascorbico in succo di arancia o della radioattività). Proprietà dei logaritmi e loro uso per semplificare le moltiplicazioni. Il logaritmo in una base e un multiplo di quello in un'altra base. (paragrafi 6.1 e 6.3);
- (e) funzioni **trigonometriche** (seno, coseno e tangente) e trigonometriche inverse (arcoseno, arcocoseno e arcotangente) (paragrafo 6.4).

Presentazione della problematica del data fitting. Combinazione di informazioni a priori e dati sperimentali. Se i dati sono più dei parametri da determinare i dati extra si usano per ridurre errore. Data fitting tramite funzioni lineari ed esponenziali e metodo dei minimi

quadrati in questi due casi. In che senso la funzione lineare (o la esponenziale) trovata è quella che meglio approssima i dati. Formule per determinare i coefficienti, sia nel caso lineare che nel caso esponenziale. Significato del coefficiente CP. (paragrafi 11.3 (non è richiesta la dimostrazione delle formule) e 11.4 (del 11.4 solo la parte dedicata all'interpolazione di funzioni esponenziali)).

3. CALCOLO DIFFERENZIALE

Paragrafi 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5

Definizione di **derivata in un punto**. Definizione di retta tangente. **Significato geometrico** del rapporto incrementale e della derivata. Equazione della retta tangente a un grafico in un punto assegnato. Esempi che mostrano il calcolo esplicito di alcune derivate tramite la definizione. Esempi che mostrano il significato della **derivata nelle scienze applicate** (velocità, accelerazione) Valore della derivata in un punto come misura della velocità di crescita della funzione vicino a quel punto (**velocità istantanea di crescita di y rispetto ad x**). Accenni ad esempi di funzioni in cui la derivata non esiste in certi punti.

Derivate delle funzioni elementari e regole di derivazione.

Teorema del valor medio (o di Lagrange) e suoi corollari (CD dei corollari) riguardanti il rapporto tra **crecenza, decrescenza e segno della derivata**, e tra l'aver derivata nulla e l'essere costante.

Problema della **ricerca del valore massimo di una funzione in un intervallo** (problema "del bagnino" o della propagazione della luce al passaggio tra aria e acqua). Definizione di punto di massimo (o minimo) assoluto e relativo di una funzione in un intervallo. Teorema di Weierstrass su esistenza di massimi e minimi per funzioni continue su intervalli chiusi e limitati, con accenni a discussione critica (esempi in cui le ipotesi del teorema non sono soddisfatte e il massimo o il minimo assoluto non esistono). **Teorema di Fermat**. Definizione di punto critico. Metodo dell'intervallo chiuso per determinare il massimo assoluto. Test della derivata prima per capire se un punto critico è massimo (o minimo) relativo.

Funzioni concave verso l'alto e loro derivata seconda.

4. CONCETTO DI INTEGRALE.

Dispense preparate dal docente, Paragrafi 8.2 (senza primo teorema fondamentale del calcolo) e 8.3 del libro di testo.

Presentazione di **tre modelli**: calcolo dell'area tra l'asse x , la parabola $y = x^2$ e la retta $x = 1$, calcolo dello spostamento di un oggetto che si muove lungo una retta a partire dalla sua velocità, calcolo della quantità di liquido uscito da un tubo a partire dalla portata del tubo.

Definizione di integrale di una funzione in un intervallo. Calcolo esplicito di $\int_0^1 x^2 dx$ e di $\int_0^3 (2-x) dx$ tramite la definizione di integrale. Principali proprietà dell'integrale: additività rispetto alla funzione, additività rispetto all'intervallo, limitatezza inferiore e superiore.

Integrale come area con segno (relazione tra integrale e area della regione "sotto" o "sopra" il grafico a seconda che f sia positiva o negativa).

Definizione di **primitiva di una funzione**. Teorema: qualsiasi due primitive della stessa funzione, definite su un intervallo, differiscono per una costante (CD). Tabella delle primitive di base. Nozione di integrale indefinito.

Teorema fondamentale del calcolo (CD) (nella forma presente sulle dispense del docente).

Integrazione approssimata, regola del trapezio, dei punti medi e di Simpson. Teoremi riguardanti le stime degli errori di approssimazione.

Calcolo di **aree** di regioni del piano. Calcolo di **volumi di solidi**, in particolare di solidi di rotazione. Calcolo di **lunghezze di curve**.