**compito 3 crediti - 17/01/07**

| N. matricola | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

cognome nome

| Risposte | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Domande | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Data la base ortonormale positivamente orientata $\{i, j, k\}$ di $\mathcal{V}^3$ e i vettori $u = i-2j, v = j - 2k, w = i + \alpha j + k$, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, allora

R.1) quando $\alpha < -3$ allora $\{u, v, w\}$ e' una base positivamente orientata di $\mathcal{V}^3$
R.2) $\{u, v, w\}$ non e' una base di $\mathcal{V}^3$ per nessun valore di $\alpha$
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) quando $\alpha > 0$ allora $\{u, v, w\}$ e' una base positivamente orientata di $\mathcal{V}^3$
R.5) $u \cdot w$ non dipende da $\alpha$

Domanda n.2) Sia $\Pi$ il piano passante per l'origine e contenente la retta di equazione $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases}$

e sia $r$ la retta di equazione $\begin{cases} y - 3 = 0 \\ x + z = 5 \end{cases}$ Allora

R.1) $r$ e $\Pi$ formano un angolo di $\pi/3$
R.2) $r$ e $\Pi$ sono ortogonali
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) $r$ e' contenuta in $\Pi$
R.5) $r$ e $\Pi$ sono parallele

Domanda n.3) Sia $\Pi$ il piano passante per i punti $A = (1, 3, 5)$, $B = (1, 1, 1)$ e $O = (0, 0, 0)$ e $r$ la retta contenuta nei due piani di equazione $x + z = 0$ e $x - y = 0$. Sia $\alpha$ l'angolo acuto formato da $\Pi$ e $r$. Allora

R.1) $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$
R.2) $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
R.3) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Domanda n.4) Sia $v_0 = (2, -1, 7)$. Data $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita come $f(v) = v \wedge v_0$, sia $V = \mathrm{Ker}(f)$. Allora

R.1) $V$ contiene due vettori linearmente indipendenti
R.2) $V$ ammette $\{v_0\}$ come base
R.3) tutti gli elementi di $V$ sono ortogonali a $v_0$
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) $V$ e' un sottospazio affine ma non vettoriale

Domanda n.5) Al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$ siano dati i tre piani $\Pi_1 : x + ky + z = -1$, $\Pi_2 : x + y - z = 1$ e $\Pi_3 : y + kz = 1$. Allora

R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) i tre piani hanno una retta in comune per due valori distinti di $k$
R.3) se $k = -1$ i tre piani sono paralleli
R.4) i tre piani non hanno punti in comune per infiniti valori di $k$
R.5) i tre piani hanno un solo punto in comune se e solo se $k \neq -1, 2$

Domanda n.6) Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $M$ la matrice inversa di $AB$. Allora

R.1) $m_{12} + m_{21} + m_{33} = 0$
R.2) il determinante di $M$ e' 0
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) la traccia di $M$ e' $\frac{2}{3}$
R.5) $M$ e' simmetrica

Domanda n.7) Tra le rette passanti per il punto $(1, 1, -1)$ e parallele al piano di equazione $2x - y + 3z = 1$, quella che interseca l'asse delle $y$ e'

R.1) e' parallela al piano di equazione $-x + y + z = 3$
R.2) e' ortogonale al piano di equazione $-x + y + z = -7$
R.3) incide la retta di equazione $x = y = z$
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) giace nel piano di equazione $x = z$

Domanda n.8) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ k+1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) $A$ puo' ammettere un autovalore con molteplicita' algebrica 3
R.2) $A$ ammette 3 come autovalore di molteplicita' algebrica 2 per qualche $k$
R.3) quando 0 e' autovalore, $A$ non e' diagonalizzabile
R.4) se $k > 0$ allora $A$ e' diagonalizzabile
R.5) $A$ e' diagonalizzabile per ogni $k \in \mathbf{R}$

Domanda n.9) Sia $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di $\mathbf{R^3}$ e $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ lineare tale che $e_1$ e' autovettore relativo all'autovalore 3, $e_1 + e_2$ appartiene al nucleo di $f$, $f(e_1 + e_2 + e_3) = e_1 + 2e_2 + e_3$. Allora

R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) esiste un autovettore relativo all'autovalore 4
R.3) $f$ e' biunivoca
R.4) $f$ non e' diagonalizzabile
R.5) esiste un autovettore relativo all'autovalore 1

Domanda n.10) Sia $h$ un numero intero positivo e $f$ una qualsiasi applicazione lineare da $\mathbf{R}^{h+4}$ a $\mathbf{R}^3$. Allora

R.1) $f$ non e' mai iniettiva
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) $f$ puo' essere rappresentata rispetto alle basi canoniche da una matrice quadrata
R.4) $f$ non e' mai suriettiva
R.5) c'e' almeno un elemento non nullo nell'immagine di $f$

Domanda n.11) Sia $S$ l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 2 & a & 3 \\ 0 & 1 & -1 & b \\ a & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 2 \end{pmatrix}$ al variare dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) la dimensione di $S$ e' 1 se e solo se $a \neq -1$ e $b \neq 1$,
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) $S$ non e' mai vuoto
R.4) la dimensione di $S$ e' 2 se e solo se $a = 1$ e $b = 2$,
R.5) la dimensione di $S$ e' 0 se e solo se $a \neq -1$ e $b \neq 1$