

cognome _____ nome _____

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e sia M la matrice inversa di

AB . Allora

- R.1) M e' simmetrica
- R.2) il determinante di M e' 0
- R.3) nessuna delle altre risposte
- R.4) la traccia di M e' $\frac{3}{2}$
- R.5) $m_{12} + m_{21} + m_{33} = \frac{5}{3}$

Domanda n.2) Sia $v_0 = (2, -1, 7)$. Data $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita come $f(v) = v \wedge v_0$, sia $V = \text{Ker}(f)$. Allora

- R.1) V e' un sottospazio affine ma non vettoriale
- R.2) tutti gli elementi di V sono ortogonali a v_0
- R.3) V contiene due vettori linearmente indipendenti
- R.4) V ammette $\{v_0\}$ come base
- R.5) nessuna delle altre risposte

Domanda n.3) Sia $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di \mathbf{R}^3 e $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ lineare tale che e_1 e' autovettore relativo all'autovalore 3, $e_1 + e_2$ appartiene al nucleo di f , $f(e_1 + e_2 + e_3) = e_1 + 2e_2 + 2e_3$. Allora

- R.1) nessuna delle altre risposte
- R.2) esiste un autovettore relativo all'autovalore 1
- R.3) esiste un autovettore relativo all'autovalore 2
- R.4) f e' biunivoca
- R.5) f non e' diagonalizzabile

Domanda n.4) Sia S l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 2 & a & 3 \\ 0 & 1 & -1 & b \\ a & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 2 \end{pmatrix}$ al

variare dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$. Allora

- R.1) la dimensione di S e' 2 se e solo se $a = -1$ e $b = 1$,
- R.2) nessuna delle altre risposte
- R.3) la dimensione di S e' 0 se e solo se $a \neq -1$ e $b \neq 1$
- R.4) la dimensione di S e' 1 se e solo se $a \neq -1$ e $b \neq 1$,
- R.5) S e' vuoto se e solo se $a = -1$

Domanda n.5) Tra le rette passanti per il punto $(1, 1, -1)$ e parallele al piano di equazione $2x - y + 3z = 1$, quella che interseca l'asse delle y e'

- R.1) e' parallela al piano di equazione $-x + y + z = -3$
- R.2) giace nel piano di equazione $x = z$
- R.3) nessuna delle altre risposte
- R.4) e' ortogonale al piano di equazione $-x + y + z = 17$
- R.5) incide la retta di equazione $x = y = z$

Domanda n.6) Data la base ortonormale positivamente orientata $\{i, j, k\}$ di \mathcal{V}^3 e i vettori $u = i - 2j, v = i + \alpha j + k, w = j - 2k$, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, allora

- R.1) quando $\alpha > 0$ allora $\{u, v, w\}$ e' una base positivamente orientata di \mathcal{V}^3
- R.2) $\{u, v, w\}$ non e' una base di \mathcal{V}^3 per nessun valore di α
- R.3) nessuna delle altre risposte
- R.4) $u \cdot v$ non dipende da α
- R.5) quando $\alpha < -3$ allora $\{u, v, w\}$ e' una base positivamente orientata di \mathcal{V}^3

Domanda n.7) Sia Π il piano passante per i punti $A = (1, 3, 5)$, $B = (1, 1, 1)$ e $O = (0, 0, 0)$ e r la retta contenuta nei due piani di equazione $x - z = 0$ e $x + y = 0$. Sia α l'angolo acuto formato da Π e r . Allora

R.1) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$

R.2) nessuna delle altre risposte

R.3) $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

R.4) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

R.5) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$

Domanda n.8) Sia Π il piano passante per l'origine e contenente la retta di equazione $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases}$

e sia r la retta di equazione $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ z = 5 \end{cases}$ Allora

R.1) r e Π sono ortogonali

R.2) nessuna delle altre risposte

R.3) r e' contenuta in Π

R.4) r e Π sono parallele

R.5) r e Π formano un angolo di $\pi/3$

Domanda n.9) Sia C la conica di equazione: $kx^2 + 2xy + ky^2 - 2y + k = 0$, al variare di $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) C e' degenera per infiniti valori di k

R.2) C e' una coppia di rette incidenti per un solo valore di k

R.3) se $k = 0$, C e' un'iperbole

R.4) nessuna delle altre risposte

R.5) se $k = 1$, C e' una coppia di rette parallele

Domanda n.10) Data la matrice $B = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ k+1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) se $k < 0$ allora B e' diagonalizzabile

R.2) quando 0 e' autovalore, B non e' diagonalizzabile

R.3) B puo' ammettere un autovalore con molteplicita' algebrica 3

R.4) B non e' diagonalizzabile per due valori distinti di k

R.5) B ammette 3 come autovalore di molteplicita' algebrica 2 per qualche k

Domanda n.11) Sia Q la quadrica di equazione $kx^2 + 4xy + 2yz + z^2 + 2x + 3 = 0$, al variare di $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) non esistono valori di k per cui Q e' un paraboloide

R.2) se $k = 0$, Q e' un ellissoide reale

R.3) se $k = -4$, Q e' un ellissoide reale

R.4) nessuna delle altre risposte

R.5) se $k = 0$, Q e' un iperboloide ellittico