

**Corso di Geometria. Ingegneria Meccanica.
SESTA SCHEDE DI ESERCIZI.**

- (1) Data la retta r di equazione $x + 3y - 1 = 0$ nel piano, siano A e B le intersezioni di r con l'asse delle ascisse e delle ordinate rispettivamente. Dato $C = (2, 2)$, trovare l'area del triangolo di vertici A, B, C .
- (2) Data la base di \mathbb{R}^3

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\},$$

scrivere le coordinate del vettore $(2, 11, 1)$ rispetto alla base \mathcal{B} .

- (3) Discutere la diagonalizzabilita' della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(Calcolare gli autovalori e gli autovettori associati, dire se la matrice e' diagonalizzabile).

- (4) Discutere la diagonalizzabilita' della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (5) Discutere la diagonalizzabilita' dell'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita come $f(x, y) = (x + y, y)$.
- (6) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & a \\ a & 3 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

studiarne la diagonalizzabilita' al variare di $a \in \mathbb{R}$.

- (7) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che
- $(1, 2, 1)$ sia autovettore di f relativamente all'autovalore 2,
 - $f(1, 0, 1) = (1, -1, 1)$ e
 - $(1, 1, 0) \in \text{Ker}(f)$.

Scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica e diagonalizzarla.

- (8) Dato il fascio di coniche

$$kx^2 - 2kxy + (k - 1)y^2 + 2x + 4y - k - 1 = 0,$$

classificare il tipo di conica al variare di $k \in \mathbb{R}$.

(9) Classificare le seguenti coniche

$$2x^2 + 6xy + 2x + 4y + 1 = 0$$

$$y^2 + x^2 - 12x + 6y = 0$$

$$4y^2 + 4xy + x^2 = 0$$

(10) Classificare e ridurre in forma canonica le seguenti coniche:

$$x^2 - 2y^2 + 3x - 4y + 7 = 0$$

$$3x^2 + 2\sqrt{3}xy + y^2 + 8\sqrt{3}x + 20$$

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 + \sqrt{2}x + 5\sqrt{2}y + 6 = 0$$

$$3x^2 + 2\sqrt{3}xy - 16 + y^2$$

$$x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 5y - 3 = 0$$