Domanda n.1) Dati in $\mathbf{R^3}$ i vettori $OA = (4,2,2)$ e $OB = (2,0,-2)$, sia OH il vettore ottenuto proiettando OA lungo la direzione di OB. Allora l'area del triangolo di vertici O, A, H e'

R.1) 8
R.2) $\sqrt{11}/2$
R.3) 4
R.4) $\sqrt{11}$
R.5) nessuna delle altre risposte

Domanda n.2) Sia Q la quadrica di equazione $x^2 + 3xy + 2yz - kz^2 + 2x - 2 = 0$, al variare di $k \in \mathbf{R}$, e siano P il punto $(1,1,-1)$ e r la retta di equazione $\begin{cases} x = 7 - t \\ y = t + 2 \\ z = 6 + t \end{cases}$ Allora

R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) il piano tangente a Q in P e' parallelo alla retta r
R.3) il piano tangente a Q in P contiene la retta r
R.4) il piano tangente a Q in P e' ortogonale alla retta r
R.5) P non appartiene a Q per nessun valore di k

Domanda n.3) Sia Π il piano passante per $A = (1,2,3)$, $B = (0,1,2)$ e $C = (2,-1,-2)$, r la retta di equazione $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ ed s la retta di equazione $s : \begin{cases} x - y = 1 \\ x - z = 7 \end{cases}$ Allora tra le rette ortogonali a Π quella incidente con r ed s e' contenuta nel piano

R.1) $2x - z = 2$
R.2) $x + y + z = 4$
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) $y + 3z = 0$
R.5) $x + y = 0$

Domanda n.4) Sia $v_0 = (1,-1,11)$. Data $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita come $f(v) = v \wedge v_0$, sia $V = \mathrm{Im}(f)$. Allora

R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) V contiene due vettori linearmente indipendenti
R.3) tutti gli elementi di V sono paralleli a v_0
R.4) V ammette $\{v_0\}$ come base
R.5) V non e' un sottospazio vettoriale

Domanda n.5) Sia $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di $\mathbf{R^3}$ e $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ lineare tale che $v_1 = e_1 + e_2 + e_3$ e' autovettore relativo all'autovalore 4, $v_2 = e_1 - 2e_2$ appartiene al nucleo di f, $f(e_1 - e_2) = e_1 + e_3$. Allora

R.1) f non ammette -1 come autovalore
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) f e' diagonalizzabile
R.4) esiste un autovettore relativo all'autovalore 2
R.5) f e' suriettiva

Domanda n.6) Sia Π il piano per $A = (2,2,0)$ e per la retta r di equazione $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = t \end{cases}$ e sia B il punto di intersezione delle due rette $l : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ ed $m : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = -2t \end{cases}$ Allora

R.1) la distanza di B da Π e' $\sqrt{2}$
R.2) B appartiene a Π
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) la distanza di B da Π e' $\frac{\sqrt{2}}{2}$

R.5) l e m sono sghembe

Domanda n.7) Al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$ siano dati i tre piani $\Pi_1 : kx + z = 1$, $\Pi_2 : y + (k+1)z = 1$ e $\Pi_3 : kx + 2y + z = 1$. Allora
R.1) i tre piani hanno un solo punto in comune se e solo se $k \neq 0, -1$
R.2) i tre piani hanno una retta in comune per due valori distinti di k
R.3) se $k = 3$ i tre piani sono paralleli
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) i tre piani non hanno punti in comune per due valori distinti di k

Domanda n.8) Sia S l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & 0 & 0 & b \\ 2 & 1 & a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ al variare dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$. Allora
R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) se $a = 0, b = -1$ allora la dimensione di S e' 2,
R.3) la dimensione di S e' 2 se e solo se $a = 1$ e $b = -1$
R.4) la dimensione di S e' 1 se e solo se $a \neq 0$,
R.5) S non e' mai vuoto

Domanda n.9) Sia S l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & 0 & 0 & b \\ 2 & 1 & a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ al variare dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$. Allora
R.1) la dimensione di S e' 1 se e solo se $a \neq 0$,
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) S non e' mai vuoto
R.4) se $a = 0, b = -1$ allora la dimensione di S e' 2,
R.5) se $a \neq 0$ allora S non e' vuoto

Domanda n.10) Dati i vettori v, u, w non nulli di $\mathcal{V}^3$, allora il vettore $(v \cdot u \wedge w)v \wedge w$
R.1) e' nullo se e solo se u, v, w sono complanari
R.2) non e' mai nullo
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) e' sempre parallelo a u
R.5) e' nullo se e solo se v e' parallelo a w

Domanda n.11) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} k-1 & 1 & 2 \\ 1 & k+1 & k-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora
R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) se $k \neq 1 - \sqrt{2}$ allora A e' diagonalizzabile
R.3) A e' diagonalizzabile per ogni $k \in \mathbf{R}$
R.4) se A non e' diagonalizzabile allora $k = 1 - \sqrt{2}$ oppure $k = 1 + \sqrt{2}$
R.5) se $k = 1 + \sqrt{2}$ allora l'autovalore 1 ha molteplicita' algebrica 3

Domanda n.12) Data la base ortonormale positivamente orientata $\{i, j, k\}$ di $\mathcal{V}^3$ e i vettori $u = i + aj + 2k, v = -j + 3k, w = ai + j + 5k$, al variare di $a \in \mathbf{R}$, allora
R.1) quando $a < -2$ allora $\{u, v, w\}$ e' una base positivamente orientata di $\mathcal{V}^3$
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) quando $a > 1$ allora $\{u, v, w\}$ e' una base positivamente orientata di $\mathcal{V}^3$
R.4) $\{u, v, w\}$ e' una base di $\mathcal{V}^3$ per ogni valore di a
R.5) $\{u, v, w\}$ non e' una base di $\mathcal{V}^3$ per nessun valore di α

Domanda n.13) Siano $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e sia M la matrice inversa di AB. Allora

R.1) la traccia di M e' $-\frac{1}{4}$
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) M e' simmetrica
R.4) $m_{12} + m_{23} + m_{31} = 0$
R.5) il determinante di M e' 0

Domanda n.14) Sia C la conica di equazione: $x^2 + y^2 + (k-2)xy + x - y - 1 = 0$, al variare di $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) C non e' mai un'ellisse
R.2) esistono infiniti valori di k per cui C e' un'ellisse
R.3) C e' una parabola per infiniti valori di k
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) C non e' mai degenere

Domanda n.15) Dato il vettore w di $\mathcal{V}^3$, allora lo spazio vettoriale $V = \{v : v \cdot w = 0, v \wedge w = 0\}$

R.1) ha dimensione 2
R.2) e' vuoto
R.3) e' dato solo dal vettore nullo
R.4) puo' avere dimensione 0 oppure 3
R.5) e' una retta

Domanda n.16) Sia r la retta di equazione $\begin{cases} x = \lambda + 1 \\ y = 2\lambda + a \\ z = -\lambda + b \end{cases}$ Allora r e' incidente contemporaneamente all'asse delle x e a quello delle y

R.1) per nessun valore di a e b
R.2) se e solo se $a = 2b$
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) per infiniti valori di b
R.5) se e solo se $b = -1$

SOLUZIONI:

Risposte	4	2	2	2	3	4	1	3	5	1	4	1	1	2	4	3
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16