esempio compito 3 crediti

N. matricola							

cognome nome

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $M(m,n)$ lo spazio vettoriale delle matrici reali con m righe e n colonne. Sia f una qualsiasi applicazione lineare da $M(3,3)$ a $M(4,2)$. Allora

R.1) f e' rappresentata rispetto alle basi canoniche da una matrice quadrata
R.2) c'e' almeno un elemento non nullo nel nucleo di f
R.3) c'e' almeno un elemento non nullo nell'immagine di f
R.4) f e' suriettiva
R.5) la dimensione dello spazio $M(3,3)$ e' 6

Domanda n.2) Data la base ortonormale positivamente orientata $\{i,j,k\}$ di $\mathcal{V}^3$ e i vettori $u = i+2j, v = j-2k, w = \alpha i + j + k$, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, allora

R.1) $\{u,v,w\}$ e' una base di $\mathcal{V}^3$ per ogni valore di α
R.2) il valore di $j \wedge k \cdot w$ non dipende da α
R.3) $u \cdot w = \sqrt{\alpha+2}$
R.4) il vettore $w \wedge v$ e' ortogonale a $\alpha i + 3k$ per ogni valore di α
R.5) il vettore $u \wedge v$ e' parallelo a $2i + 2j + k$

Domanda n.3) Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ e sia M la matrice inversa di AB.

Allora

R.1) M e' simmetrica
R.2) il determinante di M e' 0
R.3) la traccia di M e' -7
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) $m_{11} + m_{12} + m_{13} = 2$

Domanda n.4) Sia Π il piano passante per l'origine e contenente la retta di equazione $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2+3t \\ z = 3+2t \end{cases}$

e sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y+z = 1 \\ x-y-z = 7 \end{cases}$ Allora

R.1) r e' contenuta in Π
R.2) r e Π sono ortogonali
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) r e Π sono parallele
R.5) Π e' incidente a r in un punto

Domanda n.5) Al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$ sia data l'applicazione lineare

$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ x+z \\ 2x+ky+3z \\ kx+y+z \end{pmatrix}$. Il vettore $(k,0,1,1)$ appartiene all'immagine di f

R.1) per due valori distinti di k
R.2) se $k = 2$
R.3) per un solo valore di k
R.4) per nessun valore di k
R.5) per ogni k

Domanda n.6) L'insieme $\mathcal{B} = \{(k, 0, 1), (0, k, 2)\}$ al variare di $k \in \mathbf{R}$ e' base del sottospazio vettoriale $W = \{(1, 2, 3)\}^{\perp} \subset \mathbf{R}^3$

R.1) per un solo valore di k

R.2) per due valori distinti di k

R.3) nessuna delle altre risposte

R.4) per nessun valore di k

R.5) per infiniti valori di k

Domanda n.7) Sia r la retta passante per $(1, 1, 0)$ e $(1, 1, 2)$ e sia s la retta di equazione $\begin{cases} x + y = 1 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$

Allora r e s

R.1) sono sghembe e la loro distanza e' $\sqrt{2}$

R.2) sono sghembe e la loro distanza e' $\frac{\sqrt{2}}{2}$

R.3) sono incidenti

R.4) sono parallele e la loro distanza e' $\frac{\sqrt{2}}{2}$

R.5) sono parallele e la loro distanza e' $\sqrt{2}$

Domanda n.8) Sia Π_1 il piano passante per il punto $P = (1, 3, 1)$ e contenente la retta di equazione $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Sia Π_2 il piano passante per il punto $R = (2, \sqrt{2}, 0)$ e ortogonale alla retta passante per P e $Q = (1, 4, 2)$. Sia α l'angolo acuto formato da Π_1 e Π_2. Allora

R.1) nessuna delle altre risposte

R.2) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{4+\sqrt{6}}{\sqrt{22}}$

R.3) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{6}{\sqrt{11}}$

R.4) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1+\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$

R.5) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{4+\sqrt{10}}{\sqrt{11}}$

Domanda n.9) Sia $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di $\mathbf{R^3}$ e $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ lineare tale che $(1, 1, 0)$ appartiene al nucleo di f, $(1, 0, 1)$ e' autovettore relativo all'autovalore 2, $f(2, 0, -3) = (6, 1, 6)$. Allora

R.1) $(1, 0, 0)$ appartiene al nucleo di f

R.2) f non e' diagonalizzabile

R.3) $f(1, 1, 1) = (2, 1, 2)$

R.4) nessuna delle altre risposte

R.5) $(2, 1, 3)$ e' autovettore relativo all'autovalore 2

Domanda n.10) Data la matrice $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -k & 1 & k-2 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) B e' diagonalizzabile per ogni $k \in \mathbf{R}$

R.2) B e' diagonalizzabile per ogni $k > 0$

R.3) B ammette 3 come autovalore di molteplicita' algebrica 2 per qualche k

R.4) quando 0 e' autovalore, B non e' diagonalizzabile

R.5) B e' diagonalizzabile se e solo se $k \neq 0, 2$

Domanda n.11) Sia S l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & -k & 0 & 2 \\ 0 & -k & k & 0 \\ k & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) la dimensione di S e' 3 per un solo valore di k

R.2) nessuna delle altre risposte

R.3) la dimensione di S e' 3 per due valori distinti di k

R.4) la dimensione di S e' minore o uguale a 2 per ogni k

R.5) la dimensione di S e' 2 per infiniti valori di k