**esempio compito 6 crediti**

| N. matricola | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

cognome nome

| Risposte | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Domande | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -k \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & k-2 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) $A$ e' diagonalizzabile per ogni $k \in \mathbf{R}$
R.2) $A$ ammette 3 come autovalore di molteplicita' algebrica 2 per qualche $k$
R.3) $A$ e' diagonalizzabile se e solo se $k \neq 0, 2$
R.4) quando 0 e' autovalore, $A$ non e' diagonalizzabile
R.5) $A$ e' diagonalizzabile per ogni $k > 0$

Domanda n.2) Sia $\Pi_1$ il piano passante per il punto $P = (1, 3, 1)$ e contenente la retta di equazione $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Sia $\Pi_2$ il piano passante per il punto $R = (\sqrt{2}, 0, 1)$ e ortogonale alla retta passante per $P$ e $Q = (1, 4, 4)$. Sia $\alpha$ l'angolo acuto formato da $\Pi_1$ e $\Pi_2$. Allora

R.1) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1+\sqrt{10}}{\sqrt{10}\sqrt{11}}$
R.2) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1+\sqrt{10}}{\sqrt{11}}$
R.3) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1+\sqrt{11}}{\sqrt{10}}$
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{10}{\sqrt{11}}$

Domanda n.3) Sia $S$ l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & k & 0 & k \\ k & 2 & (k-2) & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) la dimensione di $S$ e' 3 per due valori distinti di $k$
R.2) la dimensione di $S$ e' 2 per infiniti valori di $k$
R.3) la dimensione di $S$ e' 3 per un solo valore di $k$
R.4) la dimensione di $S$ e' minore o uguale a 2 per ogni $k$
R.5) nessuna delle altre risposte

Domanda n.4) Sia $r$ la retta passante per $(1, 1, 0)$ e $(1, 2, 2)$ e sia $s$ la retta di equazione $\begin{cases} x + y = 1 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$ Allora $r$ e $s$

R.1) sono parallele e la loro distanza e' 1
R.2) sono sghembe e la loro distanza e' 1
R.3) sono parallele e la loro distanza e' $\frac{\sqrt{2}}{2}$
R.4) sono incidenti
R.5) sono sghembe e la loro distanza e' $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Domanda n.5) Sia $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di $\mathbf{R^3}$ e $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ lineare tale che $(1, 1, 0)$ appartiene al nucleo di $f$, $(1, 0, 1)$ e' autovettore relativo all'autovalore 2, $f(2, 0, -3) = (5, 1, 6)$. Allora

R.1) $(2, 1, 3)$ e' autovettore relativo all'autovalore 2
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) $f(1, 1, 1) = (1, 2, 1)$
R.4) $(1, 0, 0)$ appartiene al nucleo di $f$
R.5) $f$ non e' diagonalizzabile

Domanda n.6) La quadrica di equazione $xy + yz + 3y^2 + 2x + 4y + 6z + 4 = 0$ e'

R.1) un cilindro
R.2) un iperboloide iperbolico
R.3) un paraboloide ellittico
R.4) un iperboloide ellittico
R.5) un paraboloide iperbolico

Domanda n.7) Sia $M(m, n)$ lo spazio vettoriale delle matrici reali con $m$ righe e $n$ colonne. Sia $f$ una qualsiasi applicazione lineare da $M(2, 5)$ a $M(5, 2)$. Allora

R.1) c'e' almeno un elemento non nullo nell'immagine di $f$
R.2) $f$ e' rappresentata rispetto alle basi canoniche da una matrice quadrata
R.3) la dimensione dello spazio $M(2, 5)$ e' 7
R.4) c'e' almeno un elemento non nullo nel nucleo di $f$
R.5) $f$ e' iniettiva e suriettiva

Domanda n.8) Al variare del parametro $k \in \mathbf{R}$ sia data l'applicazione lineare

$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ x+z \\ 2x+ky+z \\ kx+y+(k-1)z \end{pmatrix}$. Il vettore $(k, 0, 1, 1)$ appartiene all'immagine di $f$

R.1) per due valori distinti di $k$
R.2) per ogni $k$
R.3) per nessun valore di $k$
R.4) per un solo valore di $k$
R.5) se $k = 3$

Domanda n.9) Data la base ortonormale positivamente orientata $\{i, j, k\}$ di $\mathcal{V}^3$ e i vettori $u = i+2j, v = j - 2k, w = \alpha i + j + k$, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, allora

R.1) $u \cdot w = \sqrt{\alpha + 2}$
R.2) $\{u, v, w\}$ e' una base di $\mathcal{V}^3$ per ogni valore di $\alpha$
R.3) il vettore $w \wedge v$ e' ortogonale a $\alpha i + k$ per ogni valore di $\alpha$
R.4) il vettore $u \wedge v$ e' ortogonale a $i + j + 2k$
R.5) il valore di $j \wedge k \cdot w$ non dipende da $\alpha$

Domanda n.10) Sia $C$ la conica di equazione: $2y^2 + 2kxy - 2x + 6y + 4 = 0$, al variare di $k \in \mathbf{R}$. Allora

R.1) $C$ e' un'ellisse per infiniti valori di $k$
R.2) $C$ non e' mai degenere
R.3) se $k = -1$, $C$ e' una coppia di rette parallele
R.4) $C$ e' un'iperbole per infiniti valori di $k$
R.5) $C$ e' una parabola per infiniti valori di $k$

Domanda n.11) L'insieme $\mathcal{B} = \{(0, -k, 2), (-k, 0, 1)\}$ al variare di $k \in \mathbf{R}$ e' base del sottospazio vettoriale $U = \{(1, 2, 3)\}^\perp \subset \mathbf{R}^3$

R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) per un solo valore di $k$
R.3) per due valori distinti di $k$
R.4) per nessun valore di $k$
R.5) per infiniti valori di $k$