TEST DI AUTOVALUTAZIONE

1) **Polinomi e frazioni algebriche**

a) Fattorizzare i seguenti polinomi:

$$1 - x^6; \qquad x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 14x - 8;$$

$$8 - 2x - x^2; \qquad x^2 - a^2 + a^2x^2 - 1.$$

b) Scrivere la seguente frazione algebrica come somma di un polinomio e di una frazione algebrica avente numeratore di grado inferiore rispetto al denominatore (eseguire la divisione con resto ...)

$$\frac{x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x - 15}{x^2 + 1}.$$

c) Semplificare, dopo aver individuato il campo di esistenza (o dominio di definizione):

$$\frac{2x - 1}{x^2 + x - 6} + \frac{1}{x + 3} + \frac{2x - 2}{x^2 - 2x}.$$

2) **Equazioni razionali**

Risolvere le seguenti equazioni nell'incognita x, (con discussione e condizioni di accettabilità quando necessario):

$$m + 3 + mx = (m + 1)^2 + x; \qquad \frac{x}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2}x - 7;$$

$$(x^2 - 3x)^2 - 8(x^2 - 3x) - 20 = 0;$$

$$\frac{1}{3x + 4} + \frac{8}{9x^2 - 16} = -\frac{5}{3x - 4};$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} + \frac{3}{x - 1} = \frac{2x}{x^2 + x}.$$

3) **Disequazioni razionali**

Risolvere le seguenti disequazioni o sistemi di disequazioni (con condizioni di accettabilità quando necessario):

$$\begin{cases} 3x + 2 > -5x + \frac{3}{2} \\ 2x - \frac{1}{3} > 5x - 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - 3 > 1 \\ x^2 - 3x > 4 \end{cases}$$

$$\frac{x^2 - 2}{4} + \frac{5}{6} < \frac{x}{4} - \frac{x^2 - 1}{3}; \qquad \frac{3x^2 - x - 2}{6x^2 - x - 7} < 0$$

Date: 17 settembre 2004.

4) **Altre equazioni e disequazioni**
Risolvere:

$$\left|\frac{5}{2+x}\right| > 1; \qquad |x+2| < 1 + |x-1|;$$
$$x+3 = \sqrt{x^2+3x+9} \qquad \sqrt{x+2} = \sqrt[3]{4x+5};$$
$$\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \qquad 4\cos^2 x = 3;$$
$$3\cos x + 4\sin x = 3; \qquad 2\cos^2 x + \cos x - 1 > 0;$$
$$8^{3x} = 32^{4x-1}; \qquad 25^{x-1} = 5$$

5) **Logaritmi**
   a) Calcolare il valore dei seguenti logaritmi:
   $$\log_{1/3}(3)^{-1/3} \qquad \log_2 \sqrt{1/4} \qquad \log_{25} 5 \qquad \log_a \frac{1}{a^5}$$
   b) Trovare x per cui vale
   $$\log_5 x = -2; \qquad \log_8 x = 2.$$
   c) Ridurre a un unico logaritmo (dove $\log = \log_e$):
   $$\frac{1}{2}\log(1-x) - \frac{1}{2}\log(1-x^2) + 2\log x$$

6) **Geometria analitica**
   a) Scrivere l'equazione della retta r passante per il punto $(-1,1)$ e perpendicolare alla retta di equazione $x - 7 = 0$.
   b) Trovare l'intersezione tra la retta passante per i punti $A = (0,4)$ e $B = (1,2)$ e la retta di equazione $y = 1/2x + 3/5$.