
**Esercitazione relativa alla seconda prova
di esonero intermedia di Calcolo Numerico.**

Esercizio 1. Calcolare la norma 1, 2 e ∞ dei seguenti vettori:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2. Calcolare le norme 1 e ∞ delle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = A^\top.$$

Calcolare una conveniente maggiorazione delle corrispondenti norme 2.

Esercizio 3. Sotto quali condizioni la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ è fattorizzabile LU ? Sotto quali condizioni esiste una matrice di permutazione $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tale che $PA = LU$?

Esercizio 4. Calcolare il numero di condizione, in norma 1 e norma ∞ , della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ -1 & 1 & \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Sapresti calcolare una conveniente maggiorazione del numero di condizione in norma 2?

Esercizio 5. Scrivere una function Matlab che, data in ingresso una matrice nonsingolare A , fornisca in uscita una matrice B ed un vettore \mathbf{p} , contenenti i fattori L , U , e la permutazione P della fattorizzazione LU di A con pivoting parziale.

Esercizio 6. Scrivere una function Matlab che, avendo in ingresso la matrice B ed il vettore \mathbf{p} prodotti dalla function del precedente esercizio, ed il termine noto del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, calcoli efficientemente la soluzione \mathbf{x} .

Esercizio 7. Calcolare il vettore e la matrice di Householder relativi ai vettori

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 8. Un corpo si muove con moto uniformemente accelerato lungo una retta. Sapendo che al tempo t il corpo si trova nella ascissa $x(t)$ (misurata con un certo errore sperimentale), come descritto dalla seguente tabella, scrivere il sistema lineare la cui soluzione ai minimi quadrati fornisce le stime per l'ascissa iniziale, x_0 , la velocità iniziale, v_0 , e l'accelerazione, a , che descrivono il moto del corpo.

t	$x(t)$
1	2.5081
2	5.0091
3	8.5013
4	13.009
5	18.506
