

Terza prova di recupero di Calcolo Numerico (prima parte)

Esercizio 1 la doppia precisione IEEE-754 utilizza 53 bit per la mantissa, più uno virtuale per la prima cifra intera (1). Pertanto $m=53$, da cui $u = \frac{1}{2} 2^{1-53} = 2^{-53} \approx 10^{-16}$.

Esercizio 2 $3 - 2.999 \Rightarrow k = \lfloor 5.999 / (3 - 2.999) \rfloor \approx 6 \cdot 10^3$.

$$3 + 2.999 \Rightarrow k = 1$$

$$3 + 2.999 \Rightarrow k = 2$$

$$3 / 2.999 \Rightarrow k = 2$$

Esercizio 3 $f(x) = x \tan 4x ; f'(x) = \tan 4x + 4x / \cos^2 4x ; f''(x) = \frac{8}{\cos^4 4x} + \dots$
 $\Rightarrow f(0) = f'(0) = 0, f''(0) \neq 0 ; \Rightarrow m = 2$

Esercizio 4 $x_{n+1} = x_n - \frac{x_n \tan 4x_n}{\tan 4x_n + \frac{4x_n}{\cos^2 4x_n}}, n=0,1,\dots$

termini
che si annullano
no in $x=0$

Esercizio 5 function $x = \text{newton} (f, f1, m, tol)$
 % commenti appropriati: $f = f(x)$, $f1 = f'(x)$, $m = \text{molt.}$, tol

```
itmax = 100; flag = 0;
for i = 1: itmax
    fx = feval(f, x); f1x = feval(f1, x);
    delta = fx / f1x;
    x = x - delta;
    if abs(delta) <= tol * (1 + abs(x)) break;
end
if i >= itmax and flag == 0, warning('---'), end
return
```

\uparrow flag = 1;
 \uparrow (messaggio appropriato)

Esercizio 6 $k = \frac{1}{|f'(x)|} = (\cos x|_{x=0})^{-1} = 1;$

Esercizio 7 $\|A\|_1 = \max \{ 3 + |\sqrt{1}|, 1 + |\beta| \}; \|A\|_\infty = \max \{ 2, 2 + |\beta|, 1 + |\gamma| \};$
 $\|A\|_2 \leq \sqrt{\|A\|_1 \cdot \|A\|_\infty};$

Esercizio 8 $A \text{ sim} \Rightarrow A = A^T \wedge \forall x \neq 0: x^T A x > 0.$

Se A fosse singolare, $\exists x \neq 0: Ax = 0 \Rightarrow x^T A x = 0$, assurdo.

Esercizio 9 $v_1 = \begin{pmatrix} 1 + \sqrt{5+\alpha^2} \\ \alpha \end{pmatrix} ; v_2 = \begin{pmatrix} 1 + \sqrt{1+\beta^2} \\ -\beta \end{pmatrix}.$

Esercizio 10 vedi testo.

Esercizio 11 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \Rightarrow \kappa_1(A) = \|A\|_1 \cdot \|A^{-1}\|_1 = 2 \cdot 4 = 8.$

Esercizio 12 vedi testo.