1) La precisione di macchina di un'aritmetica finita è una maggiorazione uniforme dell'errore relativo di rappresentazione di un numero normalizzato. $\left|\frac{fl(x)-x}{x}\right| \le u$, con $u=\begin{cases} b^{1-m}, & \text{con troncamento m-esima cifra} \\ \frac{1}{2}b^{1-m}, & \text{con arrotondamento} \end{cases}$

essendo b la base utilizzata.

2) Nell'ordine: $2, 2, 2, 1, \frac{1}{2}10^{4}, \frac{1}{2}10^{4}$.

3) Supponendo $f \in C^{(2)}$ in un opportuno intorno della radice, e denotando con $e_i = \bar{x} - x_i$ l'errore alla iterazione i-esima ($\bar{x}$ è la radice), si ottiene, ricordando che $x_{i+1} = x_i - f(x_i)/f'(x_i)$,

$$0 = f(\bar{x}) = f(x_i) + f'(x_i)(\bar{x}-x_i) + \frac{1}{2}f''(\xi_i)(\bar{x}-x_i)^2, \quad \text{con } \xi_i \in (\min(\bar{x},x_i), \max(\bar{x},x_i))$$

$$= f'(x_i)\left[\frac{f(x_i)}{f'(x_i)} + \bar{x} - x_i\right] + \frac{1}{2}f''(\xi_i)(\bar{x}-x_i)^2$$

$$= f'(x_i)(\bar{x}-x_{i+1}) + \frac{1}{2}f''(\xi_i)(\bar{x}-x_i)^2 = f'(x_i)e_{i+1} + \frac{1}{2}f''(\xi_i)e_i^2.$$

Pertanto, se $x_i \to \bar{x}$, $i \to \infty$, con $f'(\bar{x}) \neq 0$ (radice semplice),

$$\lim_{i\to\infty}\frac{|e_{i+1}|}{|e_i|^2} = \lim_{i\to\infty}\frac{\frac{1}{2}|f''(\xi_i)|}{|f'(x_i)|} = \frac{1}{2}\frac{|f''(\bar{x})|}{|f'(\bar{x})|}. \Rightarrow \text{l'ordine è } 2.$$

4) $f(0) = 1-\cos(4\cdot 0) = 0$; $f'(0) = 4\sin(4\cdot 0) = 0$; $f'' = 16\cos(4\cdot 0) = 16 \neq 0$.
Pertanto, la molteplicità è 2.

5) $$x_{i+1} = x_i - \cancel{2}\frac{1-\cos(4\cdot x_i)}{2\cancel{4}\cdot\sin(4\cdot x_i)}, \quad i=0,1,\dots$$

6) $$K = \frac{1}{|f'(0)|} = \frac{1}{5e^0\cos(5\cdot 0)} = \frac{1}{5}.$$

7) $\|A\|_\infty = 1+\max(|\alpha|,|\beta|)$, $\|A\|_1 = \max(3, |\alpha|+|\beta|)$, $\|A\|_2 \le \sqrt{\|A\|_1\cdot\|A\|_\infty}$.

8) A deve avere rango massimo. Pertanto, deve aversi $|\alpha|+|\beta|>0$.

$$A^TA = \begin{bmatrix} 3 & \alpha-\beta \\ \alpha-\beta & \alpha^2+\beta^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \\ \frac{\alpha-\beta}{3} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & \\ & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \frac{\alpha-\beta}{3} \\ & 1 \end{bmatrix},$$

con $d = \alpha^2+\beta^2 - \frac{(\alpha-\beta)^2}{3}$.

9) $$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1+\sqrt{3} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} s(|\alpha|+\sqrt{\alpha^2+\beta^2}) \\ -\beta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{con } s=\begin{cases} 1, & \text{se } \alpha \ge 0, \\ -1, & \text{se } \alpha < 0. \end{cases}$$

10)

```
function x = trisolve (A,b)
% commenti adeguati %
n = length(b); x = b;
if A(1,1)==0, error, else, x(1) = x(1)/A(1,1); end
for i=2:n
    x(i:n) = x(i:n) - A(i:n,i-1) * x(i-1);
    if A(i,i)==0, error, else, x(i)=x(i)/A(i,i); end
end
return
```

11) $K_\infty(A) = 123 \Rightarrow \frac{\|\Delta x\|_\infty}{\|x\|_\infty} \leq K_\infty(A) \cdot \frac{\|\Delta b\|_\infty}{\|b\|_\infty} = 123 \cdot u$, (infatti si sa che $\Delta A = 0$)

con $u \approx 10^{-16}$.

12) Se A è una matrice ortogonale, allora $A^{-1} = A^T$.

pertanto $\|A\|_2 = \sqrt{\rho(A^T A)} = \sqrt{\rho(I)} = 1$.