Corso di laurea in Matematica

# Programma del corso di ALGEBRA II – a.a. 2012/2013

Il presente programma fa riferimento alle dispense dei corsi: Algebra I (AL 1), e Algebra II (AL 2).

Parte I: Teoria dei Gruppi

**Capitolo 1.** Operazioni, potenze, omomorfismi e isomorfismi. [AL 2, Cap 1 – tutto (sezione 1.2 solo lettura)] .

**Capitolo 2.** Gruppi, definizioni e sottogruppi. Classi laterali, indice, Teorema di Lagrange. Il gruppo $S_3$. Gruppi ciclici, ordine di un elemento. [AL 2, Cap 2 – tutto].

**Capitolo 3.** Sottogruppi normali, criterio di normalità, gruppo quoziente. Omomorfismi e isomorfismi, nucleo di un omomorfismo. Teoremi di omomorfismo (primo e secondo). Teorema di corrispondenza. Prodotto di sottogruppi. Prodotto diretto di gruppi. Automorfismi, coniugio. Gruppi diedrali. [AL 2, Cap 3 - tutto].

**Capitolo 4.** Permutazioni, cicli e decomposizione in cicli. trasposizioni e segnatura. Gruppo simmetrico e gruppo alterno, Teorema di Cayley. Azioni di gruppi su insiemi, teorema orbita–stabilizzatore, equazione delle orbite. Applicazioni: punti fissi per azioni di p-gruppi. L'azione per coniugio, centro di un p-gruppo, la formula delle classi, normalizzanti e centralizzanti. Teoremi di Sylow. [AL 2, Cap. 4 – tutto ].

Parte II: Teoria dei Campi

**Richiami da Algebra I.** Quozienti di $F[x]$ con $F$ campo. Elementi algebrici e polinomio minimo. Estensioni semplici [AL 1, Cap 9: dalla Proposizione 9.12 alla fine].

**Capitolo 6.** Estensioni di campi. Grado di un estensione, formula dei gradi. Elementi algebrici e trascendenti,. Estensioni semplici . Estensioni algebriche, chiusura algebrica in un estensione. Campo dei numeri algebrici. Campi di spezzamento, esistenza ed $F$-isomorfismi. Estensioni normali, caratterizzazione dei campi di spezzamento. Radici multiple, polinomio derivato, polinomi ed estensioni separabili.[AL 2, Cap 6 - tutto] + definizione di campo perfetto e dim. che i campi finiti sono perfetti.

**Capitolo 7.** Gruppo di Galois. Estensioni di Galois e ordine del loro gruppo di Galois. Azione del gruppo di Galois come gruppo di permutazioni. Campi finiti: esistenza e unicità; radici dell'unità in campi finiti. Lemma di Artin. Connessione di Galois (Teorema 7.11) e dinmostrazione [AL 2, Cap 7: tutto fino al Teorema 7.11 e gli esempi che seguono]