

**Corso di Matematica e Statistica.**  
Primo compito intermedio, 8.11.2013

**Esercizio 1.** (6 punti) Siano  $A$  e  $B$  eventi in uno spazio di eventi  $\Omega$ . Si dica quali fra le seguenti affermazioni sono vere:

- (a) se  $A$  e  $B$  sono incompatibili allora  $p(A) + p(B) \leq 1$ ;
- (b) se  $p(A) + p(B) \leq 1$  allora  $A$  e  $B$  sono incompatibili;
- (a) se  $A$  e  $B$  sono incompatibili allora  $\overline{A}$  e  $\overline{B}$  sono incompatibili.

**Esercizio 2.** (8 punti) Il professor B ha rubato un flacone di un certo siero dallo studio di un collega (tale Jekyll), e lo somministra ai suoi criceti. Durante la notte, il siero agisce sul 40% dei criceti maschi e il 20% dei criceti femmina, trasformando i criceti su cui agisce in sanguinari criceti-Hyde. Pochi minuti dopo, ogni criceto-Hyde assale un criceto che non ha subito la trasformazione, facendolo a pezzi; al mattino, ogni criceto ritorna "normale".

1. Qual è la probabilità che, al mattino, il criceto Carletto sia ancora vivo?
2. Sapendo che il criceto Carletto non ha subito la trasformazione notturna, qual è la probabilità che sia una femmina? (non date peso al nome: il prof. B di certe cose non ci ha mai capito molto e, se è per questo, nemmeno il criceto).

**Esercizio 3.** (4 punti) Un test diagnostico per una certa malattia  $M$  eseguito su un campione di 2000 individui ha dato esito positivo in 200 casi e negativo nei rimanenti. Sapendo che la malattia ha un'incidenza del 12% e che la specificità del test è 0.9, si determini la sua sensibilità.

**Esercizio 4.** (5 punti) Vi sono tre urne ognuna delle quali contiene 12 palline rosse e 18 palline gialle. Viene estratta a caso una pallina da ogni urna. Qual è la probabilità che vengano estratte esattamente 2 palline rosse? qual è la probabilità che vengano estratte tre palline dello stesso colore?

**Esercizio 5** (8 punti) 1. Si individuino, mediante uguaglianze e/o disuguaglianze l'insieme di tutti i punti del piano che sono interni o stanno sul perimetro del triangolo i cui vertici sono  $A = (0, -2)$ ,  $B = (1, 1)$ ,  $C = (-1, 1)$ .

2. Sia  $y = mx + 2$  l'equazione di una generica retta passante per il punto  $P = (0, 2)$ ; si dica per quali valori di  $m$  tale retta interseca il triangolo definito sopra.

**Esercizio 6.** (3 punti) Il professor B somministra ai suoi criceti il siero della malvagità (vedi esercizio 2) per tre sere di seguito, diluendolo in diverse concentrazioni; registra quindi la seguente tabella, dove  $x$  è la concentrazione di siero e  $f(x)$  la probabilità che - con tale concentrazione - un criceto si trasformi in criceto-Hyde durante la notte:

$x$	$f(x)$
0.10	24%
0.15	34%
0.20	44%

Si provi che i tre punti sul piano cartesiano dati dalle tre rilevazioni sono allineati. Sulla base di ciò, il professor B deduce che la probabilità che il siero agisca su un singolo criceto dipende linearmente dalla concentrazione di siero nel succo d'ananas. Perché possiamo ragionevolmente ritenere che il professor B si sbaglia?