

**Corso di Matematica e Statistica.**  
Secondo compito intermedio, 9.12.2013

**Esercizio 1.** (6 punti) La temperatura  $T$  di un certo apparato cresce nel tempo  $x \geq 0$ , secondo una legge di tipo logistico  $T = f(x)$ , tendendo, per  $x \rightarrow \infty$ , al limite di 36 gradi. La temperatura iniziale è  $f(0) = 6$  e quella registrata al tempo  $x = \log 4$  è 21 gradi.

- (a) Si trovi l'espressione analitica della funzione  $f(x)$ ;
- (b) si dica a quale tempo  $x$  si ha  $f(x) = 26$ .

**Esercizio 2.** (12 punti) Sia data la regola

$$f(x) = e^x - \frac{e^{-x}}{e^{-x} - 1}$$

- (a) Si determini l'insieme di definizione  $I$  della funzione reale  $f(x)$ ;
- (b) si studi la funzione  $f(x)$ , determinandone qualitativamente il grafico;
- (c) si dica quante soluzioni reali ha l'equazione  $e^x = \frac{e^{-x}}{e^{-x} - 1}$ .

**Esercizio 2.** (8 punti) Al variare del tempo  $x$  nell'intervallo  $0 \leq x \leq 10$  la posizione di un punto mobile  $C$  su di una retta è data dalla legge:

$$f(x) = \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{400} x^2 + \sin\left(\frac{\pi}{10} x\right)$$

- (a) Si trovi la funzione che esprime la *velocità* del punto  $C$  nell'intervallo  $[0, 10]$ ;
- (b) si dica per quali valori di  $x \in [0, 10]$  la velocità di  $C$  è stata massima;
- (c) si dica per quali valori di  $x \in [0, 10]$  la velocità di  $C$  è stata minima.

**Esercizio 4.** (6 punti) Sia  $P = (x, y)$ , con  $x \geq 0$ , un punto appartenente al grafico delle funzione

$$y = 2e^{1-x^2}$$

e sia  $A = (0, y)$ ; si determini (se esistono) per quali valori di  $x \geq 0$  l'area del triangolo di vertici  $O, P, A$  è massima