

**Corso di Matematica e Statistica.**

Secondo compito intermedio 1.12.2014

**Esercizio 1.** (6 punti) Sia  $A$  il punto di coordinate  $(1, 0)$  e sia  $P = (x, f(x))$  un punto sul grafico della funzione definita per  $x \in [-1, +\infty)$  da  $f(x) = \sqrt{x+1}$ .

(a) Si scriva l'espressione della funzione che esprime la distanza di  $P$  da  $A$  al variare della coordinata  $x$ ;

(b) si determinino, se esistono, i punti  $P$  sul grafico la cui distanza da  $A$  è minima.

**Esercizio 2.** (9 punti) Si determini l'insieme di definizione della funzione reale

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^x - e}}$$

quindi si tracci qualitativamente il suo grafico, curando in particolare massimi e minimi locali, eventuali asintoti, limiti.

**Esercizio 3.** (5 punti) Si enunci il teorema di Lagrange e si dimostri a partire da esso che una funzione la cui derivata è nulla in un intervallo assume valore costante in quell'intervallo.

**Esercizio 4.** (6 punti) Determinare i seguenti integrali indefiniti

$$\int e^{\sqrt{x}} dx \qquad \int \frac{\log x}{x} dx$$

**Esercizio 5.** (8 punti) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k & k \\ 1 & 1 & k \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) Per quali  $k$  la matrice  $A$  è invertibile? Usa questo fatto per stabilire se i vettori  $\mathbf{a} = (1, 3, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 1, 3)$  e  $\mathbf{c} = (1, 2, 3)$  siano linearmente indipendenti o no.

(b) Determinare le eventuali soluzioni del sistema  $A\mathbf{X} = \mathbf{b}^T$ , nei casi  $k = 1$ ,  $k = 2$ ,  $k = 3$ , stabilendo se il sistema è determinato, indeterminato o impossibile.