

Corso di Matematica e Statistica.
Terzo compito intermedio, 17.01.2014

Esercizio 1. (1) (8 punti) Si trovino i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} dx, \quad \int \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$$

(2) (4 punti) Si dica se esiste finito l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$$

Esercizio 2. (6 punti) La temperatura T di un certo apparato varia nel tempo $x \geq 0$ secondo la legge

$$T(x) = 4 \log 2 - \frac{\log 4}{10} 2^x + \pi \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right).$$

Si dica qual è stata la temperatura media dell'apparato nel periodo $0 \leq x \leq 4$.

Esercizio 3. (8 punti) (1) Si enuncino i Teoremi fondamentali del calcolo integrale.

(2) Sia data la funzione $f(x) = e^{x^2} - 16$ definita su \mathbb{R} , e si consideri la funzione

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Si dica per quali $x \in [0, +\infty]$ la funzione $g(x)$ assume valore minimo.

Esercizio 4. (1) (4 punti) Nel piano \mathbb{R}^2 si considerino i vettori

$$\mathbf{v} = (-1, 2), \quad \mathbf{w} = (\sqrt{2}, (\sqrt{2})^{-1})$$

Si determinino la lunghezza del vettore $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ e l'angolo formato dai due vettori.

(2) (4 punti) Nel piano cartesiano \mathbb{R}^2 si considerino i punti

$$A = (-1, 2), \quad B = (\sqrt{2}, (\sqrt{2})^{-1});$$

si determini l'equazione di una retta r passante per B e tale che formi con la retta che prolunga il segmento OA (dove $O = (0,0)$) un angolo di $\pi/4$ radianti.