

**Corso di Matematica e Statistica.**

Terzo compito intermedio 9.01.2015

**Esercizio 1.** [9 punti] Si calcolino i seguenti integrali (il secondo è *improprio*):

$$(a) \int_0^2 \frac{x^2 - x}{x + 1} dx \qquad (b) \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{|\cos x|}{\sin x} dx$$

**Esercizio 2.** [4 punti] Si enunci il primo teorema fondamentale del calcolo integrale [Torricelli–Barrow].

**Esercizio 3.** [6 punti] Dati due parametri  $A, k \in \mathbb{R}$ ,  $A, k > 0$ , si consideri la funzione definita da, per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = A \sin(kx)$$

- (a) Si determini  $k$  in modo che il periodo di  $f(x)$  sia uguale a 20.
- (b) Con il valore di  $k$  trovato al punto (a) si determini  $A$  in modo che la superficie del solido ottenuto ruotando attorno all'asse  $x$  il grafico di  $f(x)$  nell'intervallo  $[0, 10]$  sia uguale a 200.

**Esercizio 4.** [6 punti] Si determini (se esiste) la funzione  $y = y(x)$  che risolve il problema:

$$\begin{cases} y' = (2x - 1)y \\ y(\pi/2) = 2 \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Dati i vettori  $\mathbf{a} = (2, x, x)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 2, 1)$ ,  $\mathbf{c} = (x, 1, 2)$ , con  $x \in \mathbb{R}$

- (a) determinare per quali valori di  $x$  si ha che  $\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| = \sqrt{5}$ ;
- (b) determinare per quali valori  $x \in \mathbb{R}$ , i tre vettori sono linearmente indipendenti.

**Esercizio 6.** [6 punti] Il prof. B partecipa ad un convegno in Transilvania; il 25% dei partecipanti al convegno sono vampiri, mentre il 40% (di tutti i convegnisti) sono astemi (all'alcol); inoltre è noto che la probabilità che un vampiro sia astemio (all'alcol) è 0.70.

- (a) Qual è la probabilità che un convegnista che non è un vampiro sia astemio?
- (b) A cena, il prof. B si trova ad un tavolo con altre 3 persone che scopre essere tutte astemie; qual è la probabilità che il prof. B stia cenando con (almeno) un vampiro?