

Corso di Matematica e Statistica.

Prova n.2 compito intermedio

Esercizio 1. Si determini l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \log(2 - |x|).$$

Motivando le risposte, si dica se f è continua in 0, e se f è derivabile in 0.

Esercizio 2. 1) Si scriva l'equazione della parabola \mathcal{P} con vertice nel punto $(2, 2)$, asse verticale e passante per il punto $(4, 0)$.

2) Si determini per quali valori di m la retta $y = mx$ interseca la parabola \mathcal{P} , oltre che nell'origine O , in un punto P le cui coordinate sono entrambe ≥ 0 .

3) Trovare per quali valori del coefficiente angolare m , nell'intervallo trovato al punto precedente, il triangolo rettangolo con ipotenusa OP e un cateto sull'asse x , ha area massima, e si determini tale area.

Esercizio 3. Si determini l'insieme di definizione della funzione reale

$$f(x) = \log\left(x + \frac{1}{x+2}\right).$$

quindi si tracci qualitativamente il suo grafico, curando in particolare massimi e minimi locali, eventuali asintoti, limiti.

Esercizio 4. Si determini lo sviluppo di MacLaurin fino al terzo ordine della funzione $f(x) = \sin^2 x$.

Esercizio 5. Determinare i seguenti integrali indefiniti

$$\int x e^{2-ax^2} dx \qquad \int \sin^3 x dx$$

Esercizio 6. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2+k & 0 & 1 \\ 3 & k & -2 \\ -2 & k & 3 \end{bmatrix}$$

1) Per quali $k \in \mathbb{R}$ la matrice A è invertibile? Si usi questo fatto per stabilire se i vettori $\mathbf{a} = (-1, 3, 2)$, $\mathbf{b} = (0, -3, -3)$ e $\mathbf{c} = (1, -2, 3)$ siano linearmente indipendenti o no.

2) Determinare le eventuali soluzioni del sistema $A\mathbf{X} = \mathbf{b}^T$, nei casi $k = -3$, $k = 0$, $k = 3$, stabilendo se il sistema è determinato, indeterminato o impossibile.