

Corso di Matematica e Statistica.
Simulazione compito n. 3

Esercizio 1. Si trovino i seguenti integrali indefiniti

$$\int 3^x x dx, \quad \int x \log x dx. \quad \int \sin \sqrt{x} dx.$$

Esercizio 2. Fissato un numero reale $R \geq 0$, sia $P = (a, b)$ il punto d'incontro delle curve $f(x) = Rx^2$ e $g(x) = x^4$ tale che $a > 0$. Si determini R in modo che l'area delimitata dalle due curve tra l'origine O e il punto P sia uguale a $64/15$.

Esercizio 3. (a) Sia $f(x)$ una funzione continua definita in un intervallo $[a, b)$ (cioè per $a \leq x < b$); si dica cosa si intende con $\int_a^b f(x) dx$ e quando esiste.

(b) Si consideri la funzione $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$, definita nell'intervallo $[0, \pi/2)$, e si determini, se esiste,

$$\int_0^{\pi/2} f(x) dx.$$

Esercizio 4. Si determinino $q \in \mathbb{Q}$ e $A \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione $y(x) = Ax^q$ sia una soluzione dell'equazione differenziale

$$xy' = \frac{1}{3}y$$

e sia tale che $y(8) = 3$.

Esercizio 4. Sia X una variabile aleatoria con densità di probabilità f_X data da

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ (x/\pi) \sin x & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{se } x > \pi \end{cases}$$

(a) determinare la probabilità $p(X \leq \frac{\pi}{2})$;

(b) calcolare il valore atteso $E(X)$.