

Corso di Matematica e Statistica.

Prova n.3 compito intermedio

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare il valore del seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi} |x \sin x \cos x| dx$$

Esercizio 2. [5 punti] Fissato un numero reale $R \geq 0$, sia $P = (a, b)$ il punto d'incontro delle curve $f(x) = Rx^2$ e $g(x) = x^4$ tale che $a > 0$. Si determini R in modo che l'area delimitata dalle due curve tra l'origine O e il punto P sia uguale a $64/15$.

Esercizio 3. [7 punti] Dato $0 < k \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione

$$f(x) = kxe^{-x^2}$$

(a) Qual è il valor medio assunto da $f(x)$ nell'intervallo $[0, k]$? (in funzione di k)

(b) Si determini il valore del parametro k in modo che

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx = 2.$$

Esercizio 4. [6 punti] Si determini la funzione $y = y(x)$ che risolve il problema seguente:

$$\begin{cases} y' = e^{y-x} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

Esercizio 5. [6 punti] (a) Da un mazzo di 40 carte italiane vengono estratte 3 carte; qual è la probabilità che ci si almeno una carta di fiori ?

(b) Da ciascuno di tre distinti mazzi di 40 carte viene estratta una carta; qual è la probabilità che fra le tre carte così estratte ci si almeno una carta di fiori ?

Esercizio 6. [5 punti] Una ditta produce due tipi di merendine, A e B , e le mette in vendita inserendo in alcune confezioni un tagliando per un piccolo premio; tale tagliando è inserito nel 8% delle merendine di tipo A e nel 6% di quelle di tipo B (che costano un po' meno). Sapendo che il numero di merendine del tipo B messe in vendita è il doppio di quelle di tipo A , si dica qual è la probabilità che il vincitore di uno dei premi abbia acquistato una merendina di tipo A .

(esercizio fuori quota): Qual è la probabilità di vincere almeno un premio acquistando due merendine, una di ciascun tipo?