

Esercizio 1. [5 punti] Due popolazioni di batteri crescono, al variare del tempo x , secondo le leggi espresse dalle seguenti funzioni

$$A : \quad f(x) = -256 \cdot 4^{-2x} + 24$$

$$B : \quad g(x) = -(2^{1-2x}) + 12;$$

si dica per quali valori $x \geq 0$ la popolazione A è il doppio della B ;

Esercizio 2. [9 punti] Si consideri la funzione reale

$$f(x) = \frac{1}{1 + |\log x|}$$

- (a) determinare l'insieme di definizione D di $f(x)$;
- (b) dire se $f(x)$ è continua in $x = 1$;
- (c) determinare eventuali asintoti (orizzontali o verticali) di $f(x)$;
- (d) trovare, se esistono, per quali $x \in D$ $f(x)$ ha un massimo locale; dire quindi se $f(x)$ ammette un massimo assoluto e, in caso affermativo, calcolarne il valore.

Esercizio 3. [5 punti] Determinare l'area della superficie delimitata dall'asse x e dal grafico della funzione $f(x) = x \sin \sqrt{x}$, nell'intervallo $[0, \pi^2]$.

Esercizio 4. [5 punti] Si determini (se esiste) la funzione $y = y(x)$ che risolve il problema:

$$\begin{cases} xy' = \frac{1}{3}x \\ y(8) = 3 \end{cases}$$

Esercizio 5. [6 punti] Dati i vettori $\mathbf{a} = (2, x, x)$, $\mathbf{b} = (0, 2, 1)$, $\mathbf{c} = (x, 1, 2)$, con $x \in \mathbb{R}$

- (a) determinare per quali valori di x si ha che $\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| = \sqrt{5}$;
- (b) determinare per quali valori $x \in \mathbb{R}$, i tre vettori sono linearmente indipendenti.

Esercizio 6. [5 punti] Una persona scelta a caso tra Astolfo, Baccio e Cino viene invitata ad estrarre una pallina da un'urna contenente 16 palline con la lettera A, 12 con la B e 8 con la C. Qual è la probabilità che la persona estragga l'iniziale del proprio nome?