Laurea in Chimica e Tecnologia Farmaceutiche
Corso di Matematica e Statistica: esame scritto 19.02.2015

Esercizio 1. [5 punti] Si considerino la parabola di equazione $y = -x^2 + 4$ e la retta orizzontale $y = q$ con $0 \leq q \leq 4$. Si determini per quale valore di q l'area della superficie del triangolo i cui vertici sono l'origine $(0, 0)$ e le due intersezioni della retta con il grafico della parabola è massima.

Esercizio 2. [9 punti] Si consideri la funzione reale

$$f(x) = x^2 - 4 \log (x - 1)$$

(a) Determinare l'insieme di definizione D di $f(x)$.

(b) Di calcoli la derivata di $f(x)$ e si dica dove $f(x)$ è crescente e dove decrescente; trovando per quali di $x \in D$ $f(x)$ ha un massimo o un minimo locale; dire quindi se $f(x)$ ammette un minimo assoluto.

(d) Determinare l'insieme di definizione della funzione $g(x) = \sqrt{f(x) - 2}$.

Esercizio 3. [4 punti] . Si consideri la funzione reale $F(x)$ definita da

$$F(x) = \int_0^x (e^{t^2} - e^4)dt$$

si dica per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ la funzione $F(x)$ ha un massimo locale.

Esercizio 4. [5 punti] Si determini (se esiste) la funzione $y = y(x)$ che risolve il problema:

$$\begin{cases} \frac{y'}{x} = \frac{y}{x+1} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 5. [6 punti] Dati i vettori $\mathbf{a} = (-x, 2, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 1, -x)$, $\mathbf{c} = (1, 2, 1)$, con $x \in \mathbb{R}$

(a) determinare per quali valori di x i vettori $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ sono ortogonali;

(b) determinare per quali valori $x \in \mathbb{R}$, il vettore $\mathbf{c}$ appartiene al sottospazio generato da $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$.

Esercizio 6. [6 punti] Due urne contengono la prima 50 palline rosse e 50 palline gialle, la seconda 30 palline rosse e 70 palline gialle.

(a) Da un'urna scelta casualmente viene estratta una pallina; sapendo che viene estratta una pallina rossa qual è la probabilità che sia stata scelta la prima urna ?

(b) Da ogni urna si estrae una pallina; qual è la probabilità che si estraggano due palline dello stesso colore ?