

Esercizio 1. [11 punti]. Si consideri la funzione reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}};$$

- (a) si determini il dominio (insieme di definizione) D della funzione $f(x)$, e i suoi eventuali asintoti verticali e orizzontali;
- (b) si determinino eventuali punti di massimo o minimo relativo o assoluto di f ;
- (c) si tracci il grafico di $f(x)$ e dalla'analisi qualitativa di questo si dica se la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ è iniettiva e/o suriettiva;
- (d) posto $P = (-1,0)$ si determini la formula che esprime in funzione di x la distanza di P dal generico punto $Q = (x, f(x))$ sul grafico di f .

Esercizio 2. [4 punti] Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\log^2 4} e^{\sqrt{x}} dx$$

Esercizio 3. [5 punti] Si risolva il problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(y-1) = \frac{x}{y} - \frac{x}{y^2} \\ y(2) = 2. \end{cases}$$

Esercizio 4. [6 punti] Si dica per quali k la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & k & k \\ 1 & 1 & k \end{bmatrix}$$

è invertibile. Posto $\mathbf{b} = (1, 2, 2)$, nei casi $k = 0$, $k = 2$ si stabilisca il sistema $A\mathbf{X} = \mathbf{b}^T$ sia determinato, indeterminato o impossibile.

Esercizio 5. [7 punti] Un cassetto contiene 20 calze rosse, 30 calze verdi e 40 calze gialle. Al buio, si estraggono due calze dal cassetto:

- (a) qual la probabilità che le due calze siano dello stesso colore;
- (b) qual è la probabilità che le due calze siano di colore diverso;
- (c) sapendo che una delle due calze è rossa, qual la probabilità che le calze siano di colore diverso.