

Esame scritto - 15 giugno 2015

Esercizio 1. (5 punti) La temperatura T di un apparato, al variare del tempo x , è descritta dalla legge

$$T(x) = A \cdot \frac{e^x + B}{e^x - B}$$

dove i parametri A e B dipendono dalla regolazione dell'apparato. Si determinino tali parametri in modo che siano soddisfatte le due condizioni seguenti:

- La temperatura al tempo iniziale $x = 0$ è 10;
- il limite della temperatura (al crescere di x) è 30.

Si dica se esistono istanti x in corrispondenza dei quali la temperatura è decrescente.

Esercizio 2. (9 punti) Si consideri la funzione reale definita da

$$y = \frac{1 + \log x}{1 - \log x}$$

Si determini il dominio di esistenza della funzione. Si descriva quindi il grafico della funzione determinando, in particolare, asintoti verticali e/o orizzontali ed eventuali massimi e/o minimi.

Esercizio 3. (6 punti) Un giardiniere congiunge mediante un rete dritta due punti collocati su due muriccioli rettilinei che si incontrano ad angolo retto. Sapendo che il giardiniere ha a disposizione una rete di 20 metri, determinare l'area massima dell'aiuola (a forma di triangolo rettangolo) che così si forma.

Esercizio 4. (4 punti) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi/2} (\sin x \sqrt{\cos x + 1}) dx$$

Esercizio 5. (5 punti) Si determini, se esiste, la funzione $y = y(x)$ tale che

$$\begin{cases} y'yx = 2 \\ y(e) = 2 \end{cases}$$

Esercizio 6. (6 punti) In una partita di lampadine, composta da lampadine rosse e lampadine gialle, la probabilità che una lampadina sia difettosa è del 12%. Sapendo che la probabilità che una lampadina rossa sia difettosa è del 10%, mentre quella che lo sia una lampadina gialla è del 15%, dire qual è la percentuale di lampadine rosse nell'intera partita. Dire quindi qual è la probabilità che una lampadina difettosa sia gialla.