

Laurea in Chimica e Tecnica farmaceutica
Corso di Matematica e Statistica.
3^a prova intermedia: 09.01.2013

Esercizio 1. Si trovino i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{x^3 - x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx, \quad \int \sin^3 x dx$$

Esercizio 2. Qual è il valore medio che la funzione $f(x) = x^3 + x^2 + x$ assume nell'intervallo $[-1, 1]$?

Esercizio 3. 1) Determinare l'insieme di definizione della funzione reale

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}};$$

2) dire se esistono, ed in tal caso calcolarli, gli integrali impropri

$$\int_{-1}^{+\infty} f(x) dx, \quad \int_{-2}^{-1} f(x) dx.$$

Esercizio 4. Fissato un $0 \leq A \in \mathbb{R}$, si provi che la funzione

$$y(x) = \int_0^x \sqrt{A + \sin^2 t} dt$$

è soluzione dell'equazione differenziale

$$y' y'' = \sin x \cos x$$

(ricordo: y' è la derivata prima, y'' la derivata seconda).

Dopo aver osservato che $y(0) = 0$, dire se esistono soluzioni $f(x)$ della stessa equazione differenziale tali che $f(0) = A$.

Esercizio 5. Sia X una variabile aleatoria con densità di probabilità f_X data da

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 2x/3 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{2}{3}e^{1-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

- (a) determinare la probabilità $p(X \leq a)$, dove $a = \log(\frac{4}{3}e)$;
- (b) calcolare il valore atteso $E(X)$.