Laurea in Chimica e Tecnologia Farmaceutiche

Corso di Matematica e Statistica: esame scritto 15.01.2013

Esercizio 1. Il professor B acquista una scatola contenente 40 funghi neri e 60 funghi rossi, con l'intenzione di somministrarli al suo criceto Carletto. Sapendo che (nei criceti) i funghi neri generano allucinazioni con probabilità 0.60 e quelli rossi con probabilità 0.80, e che, inoltre, le allucinazioni generate dai funghi neri conducono Carletto a tentare di mordere il naso del prof. B, calcolare

(a) la probabilità che Carletto, ingerito uno dei funghi, abbia le allucinazioni;

(b) le probabilità che, sapendo che il nostro criceto ha ingerito uno dei funghi ed è entrato in stato allucinatorio, egli morda il naso del prof. B.

(c) la probabulità che, avendo ingerito 5 funghi, Carletto morda il naso al prof. B.

Esercizio 2. La sensibilità di un test diagnostico è 0.60, la sua specificità 0.80. Qual è la probabilità che un individuo il cui test è negtivo sia sano?

Esercizio 3. (a) Si determini l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = xe^{\frac{1}{\log x}};$$

(b) dire se esiste $\lim_{x\to 1} f(x)$;

(c) dire se il grafico della funzione $f(x)$ interseca la retta $y = e^2$;

(d) dire se la retta $y = 0$ è un asintoto per la funzione $f(x)$.

Esercizio 4. La temperatura in gradi centigradi nell'intervallo di tempo $[0, 4]$ di un apparato (rispetto al tempo x) è data dalla funzione

$$T(x) = (x - 2)^2 e^{-2x};$$

(a) si dica in quali istanti l'apparato ha raggiunto la temperatura minima e quella massima (nell'intervallo).

(b) qual è stata la temperatiura media dell'apparato nell'intervallo.

Esercizio 5. Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{x^2}{x+1}\,dx, \qquad \int_0^{\log 2} \frac{e^{2x}}{1+e^{-x}}\,dx.$$

Esercizio 6. Una variabile aleatoria X ha funzione di distribuzione data da

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se x} < 0 \\ 1 - e^{-2x} & \text{se x} \geq 0 \end{cases}$$

(a) determinare il valore m tale che $p(X > m) = 0.5$.

(b) calcolare la funzione di densità di probabulità della variablie X;

(c) calcolare il valore atteso $E(X)$.