

Esercizio 1. (6 punti) La ruota di una roulette contiene i numeri da 1 a 36 (non contiamo lo 0; quindi non si tratta di una vera roulette da casinò).

(a) Un giocatore punta un euro sul pari ed un euro sul quadrato costituito dall'insieme di numeri $\{8, 9, 11, 12\}$; qual è la probabilità che il giocatore vinca qualcosa?

(b) Giocando per tre volte di seguito la prima dozzina $\{1, 2, \dots, 12\}$, qual è la probabilità di vincere esattamente una volta, e quella di vincere almeno una volta ?

Esercizio 2. (5 punti) Ad una svendita fallimentare il prof. B acquista una partita di 150 lampadine, il 20% delle quali sono fulminate. Sapendo che 100 lampadine sono di colore rosso e 50 giallo, e che la probabilità che una lampadina rossa sia fulminata è il doppio della probabilità che lo sia una lampadina gialla, si dica:

(a) qual è la probabilità che una lampadina rossa sia fulminata;

(b) qual è la probabilità che una lampadina funzionante sia gialla.

Esercizio 3.(8 punti) (a) Si studi il grafico della funzione reale

$$f(x) = x \log \left(1 + \frac{1}{x} \right);$$

e si dica se tale funzione è iniettiva (nell'insieme di definizione trovato).

Esercizio 4. (9 punti) Rispetto al tempo $x \geq 3$, la temperatura in gradi centigradi del laboratorio del prof. B segue l'andamento dato dalla funzione:

$$T(x) = -16 \left[\left(\frac{6}{x} \right)^3 - \left(\frac{9}{x} \right)^2 \right]$$

(a) Si dica se, al crescere del tempo x la temperatura tende ad un asintoto;

(b) si determini la temperatura massima raggiunta;

(c) si determini la temperatura media nell'intervallo $3 \leq x \leq 6$.

Esercizio 5.(5 punti) Si dica se esiste finito il seguente integrale improprio e, in caso affermativo, se ne determini il valore

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x^2} dx$$