

Esercizio 1. (10 punti) Un'urna contiene 6 palline rosse, 6 bianche e 6 verdi; per ogni colore le palline sono numerate da 1 a 6. L'evento semplice consiste nell'estrazione dall'urna di 3 palline contemporaneamente.

(a) Si dica quanti sono gli eventi possibili.

Si considerino quindi i tre eventi seguenti

A : vengono estratte 3 palline rosse;

B : esattamente una pallina tra le tre estratte è rossa

C : vengono estratte tre palline con numero pari.

(b) Si calcolino le probabilità di ciascuno dei tre eventi A , B e C .

(c) Si dica se gli eventi A e C sono indipendenti, incompatibili o nessuno dei due casi; si calcoli quindi la probabilità condizionata $p(A|C)$.

Esercizio 2. (11 punti) (a) Si determini il dominio di definizione della funzione reale

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2+x};$$

si dica poi se tale funzione ammette asintoti verticali, e quali sono.

(b) Si dica per quali valori $x \in \mathbb{R}$ si ha $f(x) \geq 0$.

(c) Si disegni il grafico della funzione $f(x)$ per $x \geq 0$.

(d) Si determini l'equazione della tangente al grafico di $f(x)$ nel punto in cui esso interseca l'asse delle x .

Esercizio 3. (7 punti) (a) Si calcoli il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx.$$

(b) Si dica se il seguente integrale improprio esiste finito e, nel caso, lo si calcoli

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} dx$$

Esercizio 4. (6 punti) Si provi che l'insieme dei punti (x, y) del piano cartesiano che soddisfa il seguente sistema di disequazioni è un triangolo equilatero (bordi e interno):

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y\sqrt{3} \geq x \\ \frac{1}{\sqrt{3}}x + y \leq 3 \end{cases}$$