

**Esercizio 1.** (9 punti) Due urne, chiamate  $A$  e  $B$ , contengono rispettivamente,

$A$ : 20 palline rosse e 30 palline verdi;     $B$ : 30 palline rosse e 20 palline verdi;

Vengono estratte, casualmente, una pallina da  $A$  ed una da  $B$ .

1. Calcolare la probabilità che entrambe le palline siano rosse, e la probabilità che le palline siano dello stesso colore.
2. Dire se i seguenti eventi sono indipendenti:
  - la pallina estratta da  $A$  è verde
  - le palline estratte hanno colore diverso.
3. In un secondo tempo vengono prese casualmente 10 palline dall'urna  $A$  e poste nell'urna  $B$ . Quindi si estrae da questa, che ora ne contiene 60, un pallina; calcolare la probabilità che tale pallina sia di colore verde.

**Esercizio 2.** (10 punti) 1. Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{2x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{2x}$ .

2. Si provi che la diseuguaglianza  $x e^{2x} + 1 > 0$  è soddisfatta per ogni  $x \in \mathbb{R}$  [sugg.: si studi la funzione  $f(x) = x e^{2x} + 1$ ]
3. Si dica se la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definita da  $f(x) = x e^{2x} + 1$  è iniettiva.

**Esercizio 3.** (9 punti) La quantità  $Q$  (in  $mg$ ) di una certa popolazione batterica da laboratorio cresce, rispetto al tempo  $x$ , secondo una funzione logistica del tipo

$$Q(x) = -A \cdot 3^{-kx} + B$$

con  $A, B, k$  numeri reali positivi.

1. Determinare il valore dei parametri  $A, B$  e  $k$  sapendo che  $Q(0) = 10$ ,  $Q(1) = 30$  e che  $Q$  tende al valore di  $40 mg$  (al tendere di  $x$  all'infinito).
2. Calcolare la media della quantità  $Q$  nell'intervallo temporale  $[0, 10]$ .
3. Dire a partire da quale valore del tempo  $x$  la quantità  $Q(x)$  supera gli  $11/12$  del valore limite.

**Esercizio 4.** (7 punti) Nel piano cartesiano si consideri il triangolo, di vertici  $A, B$  e  $C$ , con  $A = (0, 2)$ ,  $B = (3, -1)$ , ed uno dei lati che giace sulla retta di equazione  $y = \frac{2}{3}x + 2$ .

1. Determinare l'equazione della retta su cui giace il lato  $AB$ .
2. Dire se il punto  $(\frac{6}{5}, \frac{2}{5})$  giace all'interno oppure all'esterno del triangolo.