

Esercizio 1. (8 punti) Il professor B effettua un trattamento musicale sui criceti, diffondendo tra le gabbiette brani scelti da un selezionatore casuale, tra quelli disponibili nella memoria di un iPod da lui sequestrato in un aula universitaria. Sono note le seguenti informazioni:

- la probabilità che un brano tra quelli dell'iPod piaccia al criceto Carletto è $1/3$.
- la percentuale dei brani di Frank Zappa che piacciono a Carletto è del 92%;
- la probabilità che un brano che piace a Carletto sia di Frank Zappa è 0.60.

(a) sapendo che il numero di brani in memoria è 253, dire quanti sono quelli di Frank Zappa;

(b) qual è la probabilità che un brano (selezionato a caso) sia un brano di Frank Zappa che piace al criceto?

(c) dire se dopo la selezione consecutiva di tre brani, la probabilità che almeno uno sia un brano di Zappa che piace al criceto è maggiore del 50%.

Esercizio 2. (punti 3) Determinare per quali $0 \leq x \leq \pi$, si ha

$$2 \cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0.$$

Esercizio 3. (7 punti) (a) Si determini la funzione reale $f(x)$ che esprime la distanza di un punto $P = (x, y(x))$ del grafico della funzione $y(x) = 4 - \frac{1}{4}x^2$ dall'origine $O = (0, 0)$.

(b) Si trovi il valore minimo assunto dalla funzione $f(x)$ trovata nel punto (1).

Esercizio 4. (9 punti) Si determini l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \frac{2x^2}{2 \log x + 1}.$$

disegnandone poi, in modo qualitativo, il grafico, curando, in particolare, massimi e minimi locali, eventuali asintoti e comportamento a $\pm\infty$.

Esercizio 5. (6 punti) (a) si determini il seguente integrale indefinito

$$\int x e^{2-ex^2} dx$$

(b) si trovi il numero reale $b > 0$ tale che l'area della regione delimitata dall'asse delle x e dal grafico della funzione $f(x) = x e^{2-ex^2}$ nell'intervallo $[0, b]$ sia uguale a $\frac{e-1}{2}$.