

Compito di Matematica I - A.A 2007/08 -
C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 17 novembre 2008
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Calcolare il limite di successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 - n - 1}{2n^2 + 1} \right)^n .$$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{\log x^2 - 1}},$$

determinare il dominio, l'insieme dei punti in cui è derivabile, gli eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y'(x) = y(x) + \sin x,$$

determinare la soluzione generale e la soluzione che soddisfa la condizione iniziale $y(0)=1$.

Compito di Matematica I
C.d.L. in Chimica
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci
a.a. 2008/2009 - 16 febbraio 2009

Esercizio 1. Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{|x - 1|}{\log |x - 1|}.$$

Esercizio 2. Calcolare un valore approssimato di

$$\log \frac{9}{10},$$

usando il polinomio di Taylor di secondo grado e stimare l'errore commesso.

Esercizio 3. Si calcoli il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x-1}{x-\sqrt{x}+1} dx.$$

Esercizio 4. Trovare la matrice associata alla base canonica relativa alla trasformazione inversa della trasformazione T

$$y_1 = 3x_1 + 2x_2$$

$$y_2 = 7x_1 + 5x_2.$$

Si determini inoltre se T è diagonalizzabile.

Compito di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 2 marzo 2009

Esercizio 1. Determinare l'ordine di infinitesimo nell'origine della funzione

$$\sin^2(x) + \sin(x^2) + \cos(2x) - 1.$$

Esercizio 2. Studiare l'andamento della seguente funzione e tracciarne un grafico significativo, mettendo in evidenza gli eventuali punti in cui la funzione non è continua e quelli in cui non è derivabile

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{x}}{1-x^2} & \text{se } x > 0 \\ e^x - 1 & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente integrale

$$\int_0^1 x^7 e^{1-x^4} dx.$$

Esercizio 4.

Rispetto alla base canonica, la matrice associata alla trasformazione lineare T è

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

Si determini se T è iniettiva e/o diagonalizzabile.

Compito di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 21 aprile 2009

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = \log \sqrt{4 + x^2} - \log \sqrt{x^2 + 4x}$$

e disegnarne il grafico.

Esercizio 2. Ricordando che $\sqrt{x^2} = |x|$, studiare la funzione

$$f(x) = x\sqrt{9 + x^2} + \sqrt{9x^2 + x^4},$$

tracciare un grafico significativo. Calcolare inoltre l'area del sottografico di f nell'intervallo $[1, 2]$.

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{e^{3x}}{1 + e^{3x}} y(x).$$

Esercizio 4. Ricordiamo che la minima distanza tra un punto P dello spazio e un piano α è la distanza tra P e il punto Q di α ottenuto come intersezione di α e la retta per P ortogonale ad α

Determinare tale punto Q nel caso in cui α è il piano di equazione $2x - y + 3z = 5$ e P ha coordinate:

$$a) (1, 5, 5) \quad b) (1, 0, 1).$$

Compito di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 29 giugno 2009

Esercizio 1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - x^x}{x \log x}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = e^{-x} \sqrt{1+x}$$

e se ne tracci un grafico significativo.

Esercizio 3. Data la funzione $f(x)$ come nell'esercizio precedente, si calcoli l'area del sottografico di $f^2(x) := f(x) \cdot f(x)$ nell'intervallo $[1, 2]$.

Esercizio 4. Si stabilisca se i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 sono linearmente indipendenti e sono quindi una base di \mathbb{R}^3 :

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Compito di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 13 luglio 2009

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x + 1}$$

e disegnarne il grafico dopo aver determinato dominio, limiti agli estremi del dominio, derivata prima.

Esercizio 2. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x^2 + 4}{x + 1}$$

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) = e^x y^2(x).$$

Esercizio 4. Dati i vettori $v_1 = (-1, 1, 2)$, $v_2 = (-2, 3, 1)$, $v_3 = (2, -2, -1)$, determinare l'equazione del piano individuato da v_1 e da v_2 . e verificare che v_3 non appartiene a tale piano.

Compito di Matematica I - A.A 2008/09 -
C.d.L. in Chimica - 7 settembre 2009
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = x \sin\left(\frac{1}{2x+1}\right),$$

determinarne i limiti per $x \rightarrow 0$ e per $x \rightarrow \infty$.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}},$$

determinare l'insieme di definizione, la derivata prima e derivata seconda.
Disegnare il grafico

Esercizio 3. Determinare l'area della regione di piano compresa tra la retta $x = 0$, la retta $x = \pi$, l'asse x e il grafico della funzione $f(x) = x \sin(2x - 1)$.

Esercizio 4. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

determinare gli autovalori e verificare che il vettore $(1, 2, 1)$ è un autovettore.

Compito di Matematica I - A.A 2008/09 -
C.d.L. in Chimica - 21 settembre 2009
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x(x + 1)},$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, calcolare la derivata prima e disegnare il grafico.

Esercizio 2. Determinare lo sviluppo di Taylor al terzo ordine, in un intorno di $x = 0$, della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + 3x}.$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^\pi (x + 1) \sin x \, dx.$$

Esercizio 4. Stabilire se il seguente sistema ammette soluzioni ed eventualmente determinarle:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 3x + 5y + 2z = 0 \\ -x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$$