

Compito di Matematica I
A.A.2008/09 - C.d.L. in Chimica
16 Novembre 2009
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2 - x + 1},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Data la funzione dell'esercizio precedente, calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione, l'asse x , l'asse y e la retta $x = 4$.

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$x'(t) - 2x(t) - 2 = 0.$$

Determinare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 1$.

Esercizio 4. Determinare al variare del parametro a le soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} ax + z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

Compito di Matematica I
A.A.2009/10 - C.d.L. in Chimica
1 Febbraio 2010

Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + x + 2},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Determinare quanti sono gli zeri della funzione dell'esercizio precedente. Provare che esiste almeno uno zero per $x < 0$. Determinarne un valore approssimato con il metodo di bisezione e con il metodo di Newton.

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^{e-1} \frac{\log(x+1) + 1}{(x+1)[\log^3(x+1) + 9\log(x+1)]} dx.$$

Esercizio 4. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

determinare gli autovalori e la loro molteplicit .

Stabilire se la matrice A   diagonalizzabile. In caso affermativo, trovare una base di autovettori e la sua forma diagonale.

Compito di Matematica I

A.A.2009/10 - C.d.L. in Chimica

15 Febbraio 2010

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \log|x-2| + x^2 - x,$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Scrivere la formula di Taylor in un intorno di $x_0 = 0$ al secondo ordine, con resto di Lagrange della funzione

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}.$$

Usando questa formula calcolare un valore approssimato di $\frac{10}{\sqrt[3]{1001}}$.

Facoltativo: dare una stima dell'errore commesso.

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 1} dx.$$

Esercizio 4. Discutere al variare del parametro reale λ il sistema lineare seguente.

$$\begin{cases} x + \lambda y + 2z = 2\lambda - 1 \\ -\lambda y + z = 0 \\ x + 2y + \lambda z = \lambda \end{cases}$$

Compito di Matematica I

A.A.2009/10 - C.d.L. in Chimica

12 aprile 2010

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{4 - x^2},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Scrivere la formula di Taylor in un intorno di $x_0 = 0$ al quarto ordine, con resto di Lagrange della funzione

$$\log(1 + \sin x \cos x).$$

Esercizio 3. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra le due parabole di equazione

$$y = x^2, \quad y = -x^2 + 2x.$$

Esercizio 4. Stabilire se i seguenti vettori sono linearmente indipendenti:

$$(1, 2, 4, 0), (0, 1, 1, 0), (2, 2, -1, 1).$$

Compito di Matematica I

A.A.2009/10 - C.d.L. in Chimica

28 giugno 2010

Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{|2-x|}{\sqrt{x^2-1}},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Determinare quante sono, al variare del parametro α , le soluzioni dell'equazione

$$e^{x-1} = \alpha(x-1).$$

Provare che per $\alpha = 3$ esiste uno zero per $0 < x < 2$. Determinarne un valore approssimato con il metodo di bisezione e con il metodo di Newton.

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x-1} dx.$$

Esercizio 4. Si determini se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile, e, in caso affermativo, esplicitare una matrice diagonale simile ad A e una base di autovettori associata a tale matrice.

Compito di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli

a.a. 2009/2010 - 12 luglio 2010

Esercizio 1. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-2x}}.$$

Esercizio 2. Scrivere la formula di Taylor fino al terzo ordine in un intorno di 0 con il resto di Lagrange della funzione

$$f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2}).$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente integrale

$$\int_0^1 (x^2 + 1) \ln(x^2 + 2) dx.$$

Esercizio 4.

Determinare, al variare del parametro a le soluzioni del sistema lineare

$$A = \begin{cases} ax + y = 0 \\ x - y + z = 0 \\ x - z = 0. \end{cases}$$

Compito di Matematica I

A.A.2009/10 - C.d.L. in Chimica

6 settembre 2010

Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x-1}}}{x+1}$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Calcolare un valore approssimato alla terza cifra decimale di

$$e^{\sin \frac{1}{10}}.$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{e^{x^2} - 1}{3e^x + 1} dx.$$

Esercizio 4. Determinare le soluzioni del seguente sistema al variare del parametro a :

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ x - 2y + az = 0 \\ -x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

Compito di Matematica I - A.A 2009/10 -
C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 27 settembre 2010
Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln(x^2 - 3)}}{x^2 - 3},$$

determinare il dominio, l'insieme dei punti in cui è derivabile, gli eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Determinare l'area della regione limitata del semipiano $x > 0$ compresa tra il grafico della funzione $f(x) = x^3 - 1$ e la retta $y = x - 1$.

Esercizio 3. Determinare il volume del solido che si ottiene facendo ruotare intorno all'asse y la regione dell'esercizio precedente.

Esercizio 4. Si determini se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile, e, in caso affermativo, esplicitare una matrice diagonale simile ad A e una base di autovettori associata a tale matrice.