

Compito di Matematica I

A.A.2009/10 - C.d.L. in Chimica

15 novembre 2010

Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{|x^2 - 2|},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione. Calcolare la derivata prima e determinare eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. Scrivere la formula di Taylor del terzo ordine con resto di Peano in un intorno di $x = 0$ della seguente funzione

$$f(x) = \log(1 + e^x - \cos^2 x).$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{x}+1} dx.$$

Esercizio 4. Discutere il seguente sistema lineare al variare del parametro k e determinare le eventuali soluzioni

$$\begin{cases} kx + z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ -2x + ky = 0 \end{cases}$$

Compito di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 8 febbraio 2011

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \log|x+1|$$

e tracciarne un grafico significativo.

Esercizio 2. Utilizzando gli sviluppi di Maclaurin delle funzioni elementari, determinare l'approssimazione a meno di infinitesimi di ordine superiore al secondo, in un intorno di $x = 0$, della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + \log(x^2 + x + 1)}.$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\tan x + 1} dx.$$

Esercizio 4. Sia data la matrice

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

determinarne il polinomio caratteristico e gli autovalori associati con le relative molteplicità. Stabilire se la matrice proposta risulta diagonalizzabile.

Secondo Appello di Febbraio - Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 22 febbraio 2011

Esercizio 1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(x) + \sin(1-x)}{1-x^2}$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(6-x)}.$$

e se ne tracci un grafico significativo.

Esercizio 3. Si calcoli , se esiste,

$$\int \frac{e^{3x} + 4}{e^x - e^{-x}} dx.$$

Esercizio 4. Descrivere il nucleo (Ker) dell'applicazione lineare T

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x - y - z \\ x + y - 2z \\ x - y \end{pmatrix}$$

e stabilire se l'applicazione lineare T risulta iniettiva e/o suriettiva. Determinare infine se l'applicazione lineare T risulta diagonalizzabile.

Appello UNICO di Aprile - Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 5 Aprile 2011

Esercizio 1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \tan x)}{\sin x}$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}} |x + 2|$$

e se ne tracci un grafico significativo.

Esercizio 3. Si calcoli

$$\int_0^1 x \log(2x + 5) dx.$$

Esercizio 3. Si determini, se esiste, la matrice $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ tale che

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

I Appello di Giugno - Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - Giugno 2011

Esercizio 1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\log(\cos x)}$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = |\log(2 - x)|$$

e se ne tracci un grafico significativo.

Esercizio 3. Usando la funzione f dell'esercizio precedente, si calcoli

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

Esercizio 3. Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Si determini, se

a) la matrice $B \cdot A$ risulta invertibile;

b) la matrice $A \cdot B$ risulta diagonalizzabile.

II Appello Estivo - Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - Luglio 2011

Esercizio 1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = x^2/2 + \log|1 + x|$$

e se ne tracci un grafico significativo. In particolare si determinino gli eventuali asintoti e i punti di massimo, minimo e flesso.

Esercizio 3.

Usando opportunamente le proprietà della funzione $f(x) = \frac{\tan(x)}{x^2 + 1}$ ed evitando calcoli inutili, si determini il valore dell'integrale

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) dx,$$

dando una adeguata giustificazione alla risposta.

Esercizio 4. Si stabilisca la dimensione del sottospazio di \mathbb{R}^4 generato dai vettori

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} .$$

I Appello Autunnale - Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - Settembre 2011

Esercizio 1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{x \log(x)}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = x2^{-\sqrt{x}}$$

e se ne tracci un grafico significativo. In particolare si determinino gli eventuali asintoti e i punti di massimo, minimo.

Esercizio 3. Si calcoli

$$\int_1^3 \frac{\arctan x}{x^2} dx,$$

Esercizio 4. Si determinino le coordinate in \mathbb{R}^3 del punto di intersezione fra la retta passante per $P = (0, 1/2, 1)$ e ortogonale al piano di equazione $-2x + 2y - z = 3$ e il piano di equazione $x - y - 3z - 1 = 0$.

II Appello Autunnale - Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - Luglio 2011

Esercizio 1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(\sqrt{x})}{e^{1-x} - x}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x - 1}$$

e se ne tracci un grafico significativo. In particolare si determinino gli eventuali asintoti e i punti di massimo, minimo.

Esercizio 3. Si calcoli

$$\int_{-1}^3 x(1 - e^{x^2}) dx.$$

Esercizio 4. Si stabilisca per quali valori del parametro reale t la matrice

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2t \\ t & 1 - t \end{pmatrix}$$

risulta invertibile. $A(1)$ è diagonalizzabile?