Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 1

A.A.2012/2013 – C.d.L. in Chimica 9 Novembre 2012

Prof. Elena Comparini, Prof. Marco Barlotti

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\frac{(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)}{1+i}.$$

Determinare modulo e argomento delle radici cubiche del numero trovato.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x(e^{\sin x}-1)-x}{1-\cos\sqrt{x}}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x)=\sqrt{\frac{|x^3+1|}{x}}.$$

Determinare il dominio di f, le equazioni degli eventuali asintoti di f.
Disegnare un grafico approssimativo di f.
Facoltativo:
i) Determinare eventuali punti di massimo/minimo per f.
ii) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:

$$x^2=\sqrt{\frac{|x^3+1|}{x}}.$$

Esercizio 4. Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t è risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali è invece impossibile:

$$\begin{cases} x-5y+(2k+3)t=2 \\ -x+5y-k^2t=2k \\ 3x-2z=-5 \\ (k-2)z-3t=-6 \\ 2x+5y-kz-2kt=-1 \end{cases}$$

Esercizio 5. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti **A**$\equiv(1,0,-1)$, **B**$\equiv(3,1,1)$, **C**$\equiv(1,1,1)$, il piano

$$\alpha) \qquad 2x - y + 3z + 7 = 0$$

e la retta

$$r) \qquad \begin{cases} 2x + y - 2z + 3 = 0 \\ y + 2z - 6 = 0 \end{cases} .$$

Sia a la retta passante per **A** e ortogonale ad α, e sia b la retta passante per **B** e parallela a r. Si scrivano le equazioni della retta c che passa per **C** ed è complanare sia con a che con b (si ricordi che tale retta può essere espressa come intersezione tra il piano per **C** contenente a e il piano per **C** contenente b).

Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 2

A.A.2012/2013 – C.d.L. in Chimica 9 Novembre 2012

Prof. Elena Comparini, Prof. Marco Barlotti

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\frac{\sqrt{3}-i}{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}.$$

Determinare modulo e argomento delle radici cubiche del numero trovato.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin(e^x-1)+x}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{|x-1|}.$$

Determinare il dominio di f, le equazioni degli eventuali asintoti di f.
Disegnare un grafico approssimativo di f.
Facoltativo:
i) Determinare eventuali punti di massimo/minimo per f.
ii) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:

$$e^{-x} = \frac{\sqrt{x^2+3}}{|x-1|}.$$

Esercizio 4. Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t è risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali è invece impossibile:

$$\begin{cases} 4x+y-z+5kt=-k^2 \\ x+5y-z+t=3 \\ (k-3)x+t=3 \\ 4x+y-z+k^2t=k-30 \\ -kx+4y-5kt=k^2 \end{cases}$$

Esercizio 5. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti $\mathbf{A}\equiv(0,1,-1)$, $\mathbf{B}\equiv(1,3,1)$, $\mathbf{C}\equiv(1,-1,0)$, il piano

$$\alpha) \qquad x-2y-3z+5=0$$

e la retta

$$r) \qquad \begin{cases} x+y-2z=0 \\ x=3 \end{cases} .$$

Sia a la retta passante per $\mathbf{A}$ e ortogonale ad α, e sia b la retta passante per $\mathbf{B}$ e parallela a r. Si scrivano le equazioni della retta c che passa per $\mathbf{C}$ ed è complanare sia con a che con b (si ricordi che tale retta può essere espressa come intersezione tra il piano per $\mathbf{C}$ contenente a e il piano per $\mathbf{C}$ contenente b).

Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 3

A.A.2012/2013 – C.d.L. in Chimica 9 Novembre 2012

Prof. Elena Comparini, Prof. Marco Barlotti

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\frac{-1}{(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)(1+i)}.$$

Determinare modulo e argomento delle radici cubiche del numero trovato.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{\sqrt{x^5}} - \cos^2 x}{\ln\sqrt{1+\sin(x^2)}}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2+3}{|x^2-1|}}.$$

Determinare il dominio di f, le equazioni degli eventuali asintoti di f.
Disegnare un grafico approssimativo di f.
Facoltativo:
i) Determinare eventuali punti di massimo/minimo per f.
ii) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:

$$\ln(x+1) = \sqrt{\frac{x^2+3}{|x^2-1|}}.$$

Esercizio 4. Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t è risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali è invece impossibile:

$$\begin{cases} x - y + z + k^2 t = 9 \\ 2x + 3z + k^2 t = 9 \\ (k-3)z + 2t = -6 \\ 2x + kz + 3kt = 3k \\ x - y + (k-2)z + 3kt = 3k \end{cases}$$

Esercizio 5. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti **A**$\equiv(1, 0, -1)$, **B**$\equiv(3, 1, 1)$, **C**$\equiv(1, 2, 2)$, il piano

$$\alpha) \qquad 2x - y + 3z - 1 = 0$$

e la retta

$$r) \qquad \begin{cases} x + y - 3z + 9 = 0 \\ y - z + 4 = 0 \end{cases} \quad .$$

Sia a la retta passante per **A** e ortogonale ad α, e sia b la retta passante per **B** e parallela a r. Si scrivano le equazioni della retta c che passa per **C** ed è complanare sia con a che con b (si ricordi che tale retta può essere espressa come intersezione tra il piano per **C** contenente a e il piano per **C** contenente b).

Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 4

A.A.2012/2013 – C.d.L. in Chimica 9 Novembre 2012

Prof. Elena Comparini, Prof. Marco Barlotti

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\frac{-i}{(1-\sqrt{3}i)(\sqrt{3}-i)(1+i)}.$$

Determinare modulo e argomento delle radici cubiche del numero trovato.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(\cos x)}{e^{1-\cos x}-1}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2-2}{|x+3|}.$$

Determinare il dominio di f, le equazioni degli eventuali asintoti di f.
Disegnare un grafico approssimativo di f.
Facoltativo:
i) Determinare eventuali punti di massimo/minimo per f.
ii) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:

$$x^3 = \frac{x^2-2}{|x+3|}.$$

Esercizio 4.

Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t è risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali è invece impossibile:

$$\begin{cases} 2kx + y - kz + t = 2k \\ 2x + (k-1)z = 4 \\ -k^2x + 2y + 4z = 1 \\ k^2x + y - kz + t = 0 \\ 2x + 3y + 3z + t = 5 \end{cases}$$

Esercizio 5. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti **A**$\equiv(-1,1,0)$, **B**$\equiv(1,3,1)$, **C**$\equiv(3,1,-3)$, il piano

$$\alpha) \qquad 3x + 2y - z + 4 = 0$$

e la retta

$$r) \qquad \begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x - y + z - 4 = 0 \end{cases} .$$

Sia a la retta passante per **A** e ortogonale ad α, e sia b la retta passante per **B** e parallela a r. Si scrivano le equazioni della retta c che passa per **C** ed è complanare sia con a che con b (si ricordi che tale retta può essere espressa come intersezione tra il piano per **C** contenente a e il piano per **C** contenente b).