

# **PROGRAMMA di Matematica I**

Cdl Chimica, a.a. 2009/2010

**Prof. Elena Comparini, Dott. Francesco Fumagalli**

## **1. Preliminari**

Struttura del sistema dei numeri reali. Numeri naturali, interi, razionali. Numeri irrazionali. Metodi di risoluzione per equazioni e disequazioni. Trigonometria. Vettori nel piano e nello spazio.

## **2. Successioni**

Successioni, comportamento, classificazione. Definizione di limite di una successione. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Confronto. Stime asintotiche. Successioni limitate. Limiti notevoli. Successioni monotone. Il numero  $e$ .

## **3. Funzioni**

Funzione reale di variabile reale e sua rappresentazione cartesiana. Funzioni invertibili. Funzioni monotone. Proprietà e grafici delle funzioni elementari (funzioni lineari, valore assoluto, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni razionali, funzioni trigonometriche). Funzioni composte. Definizione di limite di funzioni. Calcolo dei limiti: confronto, permanenza del segno, operazioni, forme indeterminate. Limiti notevoli. Funzioni continue: definizioni, esempi, proprietà. Teorema dell'esistenza degli zeri (dimostrazione). Massimi e minimi assoluti. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi (dimostrazione).

## **4. Derivate**

Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Significato geometrico della derivata. Equazione della retta tangente al grafico di una funzione. Derivabilità e continuità (dimostrazione). Punti angolosi, cuspidi. Calcolo delle derivate. Derivate delle funzioni elementari Derivata di somma, prodotto, quoziente di funzioni (dimostrazione). Derivata delle funzioni composte (dimostrazione). Derivata delle funzioni inverse (dimostrazione). Punti Stazionari, Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat (dimostrazione). Teorema del valor medio o di Lagrange (dimostrazione). Funzioni crescenti e decrescenti. Criterio di monotonia (dimostrazione). Funzioni convesse e concave. Flessi. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Studio del grafico di una funzione. Differenziale e approssimazione lineare. Formula di Taylor-Mac-Laurin di ordine  $n$  (dimostrazione ordine 2). Approssimazioni. Resto di Peano e resto di Lagrange.

## **5. Integrali**

Integrale come limite di somme. Integrali definiti. Proprietà. Teorema della media (dimostrazione). Teorema fondamentale del calcolo integrale (dimostrazione). Primitive. Caratterizzazione delle primitive in un intervallo. Integrali indefiniti. Metodi di integrazione per parti, per sostituzione. Integrazione di funzioni razionali. Funzioni integrali. Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale (dimostrazione).

## 6. Calcolo delle probabilità

Probabilità discreta: eventi, distribuzioni di probabilità, frequenze relative. Eventi indipendenti.

Probabilità condizionata. Calcolo combinatorio.

Probabilità continua: variabili aleatorie, funzione di distribuzione.

## 7. Algebra lineare

Spazi vettoriali reali: vettori, operazioni, proprietà. Rappresentazione: coordinate cartesiane.

Esempi di spazi vettoriali astratti (spazi di polinomi di grado limitato, lo spazio delle matrici rettangolari). Sottospazi vettoriali. Dipendenza e indipendenza lineare.

Definizione di base e di dimensione di uno spazio vettoriale. Funzioni lineari. Nucleo, rango e teorema della dimensione. Matrici associate a funzioni lineari. Introduzione all'algebra delle matrici: operazioni, prodotto righe per colonne, trasposizione. Determinante. Proprietà dei determinanti. Regola di Laplace.

Matrici singolari, matrice inversa. Matrici simmetriche. Matrici di cambio di base.

Risoluzioni di sistemi lineari: Teorema di Cramer. Teorema di Rouché-Capelli.

Autovalori, autovettori, autospazi. Polinomio caratteristico e relative proprietà.

Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Teorema spettrale e criteri di diagonalizzazione di matrici.

### Testi consigliati:

1. Bramanti, Pagani, Salsa, Matematica, Zanichelli, Bologna, 2003. , lo spazio delle
2. Marcellini, Sbordone, Elementi di Calcolo, Liguori Editore, Napoli, 2004.
3. Salsa, Squellati, Esercizi di matematica Vol. I, Zanichelli, Bologna, 2001.
4. Marcellini, Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Liguori Editore, Primo Volume (parte prima e parte seconda).
5. Abate, Matematica e Statistica, McGraw-Hill, Milano, 2009.
6. E. Sernesi, Linear algebra: a geometric approach, Chapman and Hall/CRC, 1993.

**Esame scritto e orale, da tenersi nello stesso appello.**

**L'esame scritto può essere sostituito da tre prove parziali.**

**Per l'ammissione all'orale con le prove parziali, è necessario ottenere almeno due sufficienze su tre.**

**Chi ottiene l'ammissione all'orale con le prove parziali, può sostenere l'orale in un qualsiasi appello dell'anno accademico in corso.**