Primo preliminare di Matematica I - A.A 2006/07 -
C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 13 novembre 2006
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione.

Facoltativo: disegnare il grafico approssimativo.

Esercizio 2. Determinare il limite per $n \to +\infty$ della seguente successione

$$\frac{\log(1 + 6^n - \sqrt{n})}{\sqrt{n^4 + 2}}.$$

Esercizio 3. Determinare eventuali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui risulti continua in $x = 0$ la funzione $f : (-\infty, \pi/2) \to \mathbb{R}$ definita

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x(e^{\sin(2x)} - 1)}{\log(\cos(x))}, & x \in (0, \pi/2), \\ x \sin^7(1/x) - 4, & x \in (-\infty, 0), \\ \alpha, & x = 0. \end{cases}$$

Primo preliminare di Matematica I - A.A 2006/07 -
C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 13 novembre 2006
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 3}{x - 5},$$

determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione.

Facoltativo: disegnare il grafico approssimativo.

Esercizio 2. Determinare il limite per $n \to +\infty$ della seguente successione

$$\left(\frac{n^2 - 3n + 2}{n^2 + 1} \right)^{\log(1+2^n)} .$$

Esercizio 3. Determinare eventuali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui risulti continua in $x = 0$ la funzione $f : (-\infty, \pi) \to \mathbb{R}$ definita

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log\left(\frac{2x+1}{x^2+1}\right)}{1-\cos(\sqrt{\sin(x)})}, & x \in (0, \pi), \\ 4 + \log(x^2)\sin(x), & x \in (-\infty, 0), \\ \alpha, & x = 0. \end{cases}$$

Secondo preliminare di Matematica I - A.A 2006/07 - C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 18 Dicembre 2006
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$\frac{1}{1+e^x}$$

e disegnarne il grafico.
Scrivere la formula di Taylor del primo ordine con resto di Lagrange in un intorno di $x = 0$, e determinare un valore approssimato di

$$\frac{1}{1+\sqrt{e}}\,.$$

Facoltativo: Dare una stima dell'errore commesso.

Esercizio 2. Determinare come si trova il punto della curva di equazione $y = \dfrac{1}{x}$ piú vicino al punto di coordinate $(1, 0)$.
Facoltativo: determinare dove si trova approssimativamente tale punto.

Esercizio 3. Calcolare il limite,

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(e^x + 5x) - 6\sin(x)}{\log(\cos(x))}\,.$$

Secondo preliminare di Matematica I - A.A 2006/07 - C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 18 Dicembre 2006
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$\sqrt{1+e^x}$$

e disegnarne il grafico.
Scrivere la formula di Taylor del primo ordine con resto di Lagrange in un intorno di $x=0$, e determinare un valore approssimato di

$$\sqrt{1+\sqrt{e}}\,.$$

Facoltativo: Dare una stima dell'errore commesso.

Esercizio 2. Determinare come si trova il punto della curva di equazione $y=\dfrac{1}{x}$ piú vicino al punto di coordinate $(0,2)$.
Facoltativo: determinare dove si trova approssimativamente tale punto.

Esercizio 3. Calcolare il limite,

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log(e^{2x}-3x)+\sin(x)}{\log(\cos(x))}\,.$$

Terzo preliminare di Matematica I - A.A 2006/07 - C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 29 gennaio 2007
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^{3x} + 2e^{2x}}{e^{2x} + e^{x} + 6}\, dx\,.$$

Esercizio 2. Verificare che la funzione

$$x(t) = ae^{(1+\sqrt{3})t} + be^{(1-\sqrt{3})t} + t^3 + 1$$

soddisfa, per ogni valore delle costanti a e b, l'equazione differenziale

$$x'' - 2x' - 2x + 2t^3 + 6t^2 - 6t + 2 = 0.$$

Posto $a = 1$, $b = -1$, disegnare il grafico approssimato di $x(t)$ per $t \geq 0$.

Trovare l'area della regione di piano compresa tra questo grafico, l'asse x, l'asse t e la retta $t = 1$.

Esercizio 3. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$2x' - 3tx = 0.$$

Determinare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 1$.

Terzo preliminare di Matematica I - A.A 2006/07 - C.d.L. in Chimica e Chimica Applicata - 29 gennaio 2007
Prof. Elena Comparini

Esercizio 1. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^{3x} - 2e^{2x}}{e^{2x} - e^{x} + 5}\, dx\,.$$

Esercizio 2. Verificare che la funzione

$$x(t) = ce^{(1+\sqrt{2})t} + de^{(1-\sqrt{2})t} + t^4$$

soddisfa, per ogni valore delle costanti c e d, l'equazione differenziale

$$x'' - 2x' - x + t^4 + 8t^3 - 12t^2 = 0.$$

Posto $c = 1$, $d = -1$, disegnare il grafico approssimato di $x(t)$ per $t \geq 0$.

Trovare l'area della regione di piano compresa tra questo grafico, l'asse x, l'asse t e la retta $t = 1$.

Esercizio 3. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$3x' - \frac{2}{t}x = 0,$$

per $t > 0$. Determinare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale $x(1) = 1$.