

## Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 1

A.A.2008/2009 – C.d.L. in Chimica 1 Dicembre 2008

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

---

*Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta*

---

**Esercizio 1.** Calcolare (se esistono) i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2}}{\sqrt{n^2 + 2} - n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{(\cos x)^2 - 1}.$$

**Esercizio 2.** Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = (x + \sqrt{x} - 1)^{\frac{3}{2}}.$$

**Esercizio 3.**

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare (quando ha senso)  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  e trovare se le matrici prodotte sono invertibili.

**Esercizio 4.**

Rispetto al riferimento cartesiano canonico di  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i punti  $P = (-3, 1, 2)$  e  $Q = (2, -1, -1)$ . Si determini l'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per  $R = (1, 1, 0)$  e ortogonale alla retta congiungente  $P$  e  $Q$ . Determinare infine (se esiste) il punto d'intersezione fra il piano  $\alpha$  e i piani  $\beta$  e  $\gamma$  di equazioni cartesiane rispettive

$$\beta \dots -x + y + z = 0 \quad \gamma \dots 2x + 3y - z = 0.$$

## Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 2

A.A.2008/2009 – C.d.L. in Chimica 1 Dicembre 2008

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

---

*Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta*

---

**Esercizio 1.** Calcolare (se esistono) i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2}{n^2 - n} \right)^n$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{1 - e^{2x}}.$$

**Esercizio 2.** Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \log \left( \sqrt{x^2 - 1} - 1 \right).$$

**Esercizio 3.** Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare (quando ha senso)  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  e trovare se le matrici prodotte sono invertibili.

**Esercizio 4.** Rispetto al riferimento cartesiano canonico di  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i punti  $P = (1, 2, -3)$  e  $Q = (-1, -1, 2)$ . Si determini l'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per  $R = (0, 1, 1)$  e ortogonale alla retta congiungente  $P$  e  $Q$ . Determinare infine (se esiste) il punto d'intersezione fra il piano  $\alpha$  e i piani  $\beta$  e  $\gamma$  di equazioni cartesiane rispettive

$$\beta \dots -x + y + z = 0 \quad \gamma \dots 3x + 2y - z = 0.$$

## Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 3

A.A.2008/2009 – C.d.L. in Chimica 1 Dicembre 2008

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

---

*Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta*

---

**Esercizio 1.** Calcolare (se esistono) i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left( \sqrt{n^2 + 1} - n \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} .$$

**Esercizio 2.** Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{\log(x^2 - 7x + 11)} .$$

**Esercizio 3.** Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} .$$

Calcolare (quando ha senso)  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  e trovare se le matrici prodotte sono invertibili.

**Esercizio 4.** Rispetto al riferimento cartesiano canonico di  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i punti  $P = (2, 1, -3)$  e  $Q = (-1, -1, 2)$ . Si determini l'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per  $R = (1, 0, 1)$  e ortogonale alla retta congiungente  $P$  e  $Q$ . Determinare infine (se esiste) il punto d'intersezione fra il piano  $\alpha$  e i piani  $\beta$  e  $\gamma$  di equazioni cartesiane rispettive

$$\beta \dots -x + y + z = 0 \quad \gamma \dots 2x + 3y - z = 0 .$$

## Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 4

A.A.2008/2009 – C.d.L. in Chimica 1 Dicembre 2008

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

---

*Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta*

---

**Esercizio 1.** Calcolare (se esistono) i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[2]{n} \cdot n \sqrt[n]{n^2}}{\log n}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

**Esercizio 2.** Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{\log(x^2 - x) + 1}$$

**Esercizio 3.** Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcolare (quando ha senso)  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  e trovare se le matrici prodotte sono invertibili.

**Esercizio 4.** Rispetto al riferimento cartesiano canonico di  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i punti  $P = (1, -3, 2)$  e  $Q = (-1, 2, -1)$ . Si determini l'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per  $R = (0, 1, 1)$  e ortogonale alla retta congiungente  $P$  e  $Q$ . Determinare infine (se esiste) il punto d'intersezione fra il piano  $\alpha$  e i piani  $\beta$  e  $\gamma$  di equazioni cartesiane rispettive

$$\beta \dots -x + y + z = 0 \quad \gamma \dots 2x + y - z = 0.$$

## Secondo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 16 gennaio 2009

FILA 1

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1 - \log x},$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, calcolare la derivata prima, disegnare il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - e^x}{1 - \cos x}.$$

**Esercizio 3.** Utilizzando il Teorema di Rouché–Capelli, determinare e descrivere il nucleo ( $Ker$ ) dell'applicazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ 3x + 7y - z \\ x - y + 3z \end{pmatrix};$$

ricordando poi che un'applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$  è iniettiva se e solo se il suo nucleo risulta banale e che inoltre per il Teorema della Dimensione

$$\dim Ker(f) + \dim Im(f) = \dim V,$$

stabilire se l'applicazione lineare  $T$  risulta iniettiva e/o suriettiva.

Determinare infine se l'applicazione lineare  $T$  risulta diagonalizzabile.

## Secondo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 16 gennaio 2009

FILA 2

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{1 - \log x},$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, calcolare la derivata prima, disegnare il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{\sin^2 x}.$$

**Esercizio 3.** Utilizzando il Teorema di Rouché–Capelli, determinare e descrivere il nucleo ( $Ker$ ) dell'applicazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x - y + 3z \\ 3x + 7y - z \end{pmatrix};$$

ricordando poi che un'applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$  è iniettiva se e solo se il suo nucleo risulta banale e che inoltre per il Teorema della Dimensione

$$\dim Ker(f) + \dim Im(f) = \dim V,$$

stabilire se l'applicazione lineare  $T$  risulta iniettiva e/o suriettiva.

Determinare infine se l'applicazione lineare  $T$  risulta diagonalizzabile.

## Secondo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 16 gennaio 2009

FILA 3

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - |6x - 9|},$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, calcolare la derivata prima, disegnare il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) + \cos x - (1+x)}{x^2}.$$

**Esercizio 3.** Utilizzando il Teorema di Rouché–Capelli, determinare e descrivere il nucleo ( $Ker$ ) dell'applicazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 2y - z \\ x + y - 2z \\ -x + y \end{pmatrix};$$

ricordando poi che un'applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$  è iniettiva se e solo se il suo nucleo risulta banale e che inoltre per il Teorema della Dimensione

$$\dim Ker(f) + \dim Im(f) = \dim V,$$

stabilire se l'applicazione lineare  $T$  risulta iniettiva e/o suriettiva.

Determinare infine se l'applicazione lineare  $T$  risulta diagonalizzabile.

## Secondo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 16 gennaio 2009

FILA 4

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{2x+1}{x+2} \right),$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, calcolare la derivata prima, disegnare il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - xe^x + x^2 \cos x}{x^3}.$$

**Esercizio 3.** Utilizzando il Teorema di Rouché–Capelli, determinare e descrivere il nucleo ( $Ker$ ) dell'applicazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - y - z \\ x + y - 2z \\ x - y \end{pmatrix};$$

ricordando poi che un'applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$  è iniettiva se e solo se il suo nucleo risulta banale e che inoltre per il Teorema della Dimensione

$$\dim Ker(f) + \dim Im(f) = \dim V,$$

stabilire se l'applicazione lineare  $T$  risulta iniettiva e/o suriettiva.

Determinare infine se l'applicazione lineare  $T$  risulta diagonalizzabile.

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 9 febbraio 2009

FILA 1

**Esercizio 1.** Disegnare le circonferenze di raggio 1 e centro  $(0,0)$  e  $(1,0)$  rispettivamente.

Calcolare l'area della regione di piano compresa tra le due circonferenze.

Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando intorno all'asse  $x$  la regione piana.

**Esercizio 2.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{dx}{x(\log^2 x - 3 \log x + 2)}.$$

**Esercizio 3.** Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale

$$y'(t) = \frac{2}{t}y(t) + t^2 \cos(t - 1).$$

Determinare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale

$$y(1) = 1.$$

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 9 febbraio 2009

FILA 2

**Esercizio 1.** Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = x\sqrt{9 + x^2}.$$

Calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione, l'asse  $x$ , l'asse  $y$  e la retta  $x = 1$ .

Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando intorno all'asse  $x$  la regione piana.

**Esercizio 2.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int (x - 3) \log(x^2 + 5) dx.$$

**Esercizio 3.** Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale

$$y'(t) = \frac{t + 3}{t} y(t).$$

Determinare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale

$$y(2) = 1.$$

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

a.a. 2008/2009 - 9 febbraio 2009

FILA 3

**Esercizio 1.** Disegnare il ramo di iperbole di equazione  $y = \frac{1}{x}$  per  $x > 0$ .  
Calcolare l'area della regione di piano, compresa tra la curva, l'asse  $x$ , l'asse  $y$ , la retta  $x = 2$  e la retta  $y = 2$ .  
Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando intorno all'asse  $x$  la regione piana.

**Esercizio 2.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 4}} dx.$$

**Esercizio 3.** Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale

$$y'(t) = -y + \frac{t}{e^t}.$$

Determinare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale

$$y(1) = 1.$$