

## Primo compito parziale di Matematica I

*cdl Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci*

a.a. 2010/2011 - 15 novembre 2010

**Es 1** Si calcoli, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \frac{\left(1 + \tan \frac{1}{n}\right)^n}{n + \ln n}.$$

**Es 2** Data la seguente funzione

$$f(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{|x - 2|},$$

determinare il dominio, i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, la derivata prima, gli eventuali punti di massimo e minimo locali e disegnare il grafico.

**Es 3** Determinare in quali intervalli la funzione dell'esercizio precedente risulta continua e in quali derivabile.

**Es 4** Calcolare la derivata seconda della funzione dell'esercizio n.2 e determinare quanti sono gli eventuali flessi.

**Primo compito parziale di Matematica I**  
*cdl Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci*  
a.a. 2010/2011 - 15 novembre 2010

**Es 1** Si calcoli, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \frac{\ln \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)}{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n}}.$$

**Es 2** Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3-x}}{\ln(x+1)}, & x \leq 3, \\ \sqrt{x-3}, & x > 3 \end{cases},$$

determinare il dominio, i limiti agli estremi degli intervalli di definizione e disegnare un grafico approssimativo.

**Es 3** Calcolare la derivata prima della funzione dell'esercizio n.2 e determinare gli eventuali punti di estremo locale.

**Es 4** Determinare in quali intervalli la funzione dell'esercizio precedente risulta continua e in quali derivabile.

## Primo compito parziale di Matematica I

*cdl Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci*

a.a. 2010/2011 - 15 novembre 2010

**Es 1** Si calcoli, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 + 2}{n^2 + n} \right)^{\frac{1}{\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+1}}}.$$

**Es 2** Data la seguente funzione

$$f(x) = \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}},$$

determinare il dominio, i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, la derivata prima, gli eventuali punti di massimo e minimo locali e disegnare il grafico.

**Es 3** Determinare in quali intervalli la funzione dell'esercizio precedente risulta continua e in quali derivabile.

**Es 4** Calcolare la derivata seconda della funzione dell'esercizio n.2 e determinare quanti sono gli eventuali flessi.

**Primo compito parziale di Matematica I**  
*cdl Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci*  
a.a. 2010/2011 - 15 novembre 2010

**Es 1** Si calcoli, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 2}}{n^3(e^{\frac{1}{n^2}} - 1)}.$$

**Es 2** Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}}{\ln(x+2)}, & x > -2, \\ e^{x-2}, & x \leq -2 \end{cases},$$

determinare il dominio, i limiti agli estremi degli intervalli di definizione e disegnare un grafico approssimativo.

**Es 3** Calcolare la derivata prima della funzione dell'esercizio n.2 e determinare gli eventuali punti di estremo locale.

**Es 4** Determinare in quali intervalli la funzione dell'esercizio n.2 risulta continua e in quali derivabile.

## Secondo compito parziale di Matematica I

CdL Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 17 dicembre 2010 – A –

Scrivere il proprio NOME ..... e COGNOME .....

**Es 1** Sia data la seguente equazione parametrica di retta nello spazio

$$r \dots \begin{cases} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -t + 3 \\ z(t) = t + 2 \end{cases}$$

Allora

- 1)   $r$  passa per il punto  $(5, 0, 1)$  ed è ortogonale al piano  $\alpha$  di equazione cartesiana  $2x - y + z - 5 = 0$
- 2)   $r$  passa per il punto  $(2, 1, 3)$  ed è ortogonale al piano  $\alpha$  di equazione cartesiana  $x - 2y + z - 3 = 0$
- 3)   $r$  passa per il punto  $(-1, 3, 2)$  ed è ortogonale al piano  $\alpha$  di equazione cartesiana  $2x - y - \sqrt{2}z = 0$
- 4)   $r$  passa per il punto  $(1, 2, 3)$  ed è ortogonale al piano  $\alpha$  di equazione cartesiana  $-4x + 2y - 2z - \sqrt{2} = 0$

**Es 2** Trovare – se esistono – le soluzioni del seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \\ x - 5y + 4z = -3 \end{cases}$$

**Es 3** Stabilire il rango della applicazione lineare rappresentata dalla matrice (dipendente dal parametro reale  $t$ )

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & t & 2 \\ t & 0 & 1 \\ -1 & 1 & t \end{pmatrix}.$$

**Es 4** Trovare le molteplicità degli autovalori associati alle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Tot

□

## Secondo compito parziale di Matematica I

*CdL Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci*

a.a. 2010/2011 - 17 dicembre 2010 – B –

Scrivere il proprio NOME ..... e COGNOME .....

**Es 1** Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - 2y - z - 4t = 0 \\ -3x + 3y + 2z + t = 0 \\ -5x + 4y + 3z - 2t = 0 \end{cases}$$

- 1)  ha solo la soluzione nulla
- 2)  non ha soluzione
- 3)  ha infinite soluzioni che dipendono da 1 parametro
- 4)  ha infinite soluzioni che dipendono da 2 parametri
- 5)  ha infinite soluzioni che dipendono da 3 parametri

**Es 2** Trovare la distanza tra il punto  $P = (1, 0, -2)$  e il piano  $\alpha$  di equazione cartesiana  $2x - 3y + z - 1 = 0$ .

(SI RICORDA CHE LA DISTANZA TRA UN PUNTO  $P$  ED UN PIANO  $\alpha$  È LA DISTANZA DI  $P$  DALLA PROIEZIONE ORTOGONALE DI  $P$  SU  $\alpha$ )

**Es 3** Sia data la seguente matrice (dipendente dal parametro reale  $c$ )

$$A(c) = \begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ 2 & 0 & c \\ c & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Stabilire per quali valori di  $c$  la matrice  $A(c)$  risulta invertibile.

**Es 4** Trovare le molteplicità degli autovalori associati alle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 \\ 0 & 7 & 6 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Tot

## Secondo compito parziale di Matematica I

CdL Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 17 dicembre 2010 – C –

Scrivere il proprio NOME ..... e COGNOME .....

**Es 1** Le due rette

$$s \dots \begin{cases} 2x - 3y + 6z - 2 = 0 \\ -x + 2y - 2z + 1 = 0 \end{cases} \quad s' \dots \begin{cases} -3x + 6y - 6z = -3 \\ x/3 - y/2 + z - 2 = 0 \end{cases}$$

sono

- 1)  coincidenti      2)  parallele distinte  
3)  ortogonali      4)  sghembe

**Es 2** Trovare – se esistono – le soluzioni del seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = -1 \\ x + 2y - z = 2 \\ x - 5y + 4z = -3 \end{cases}$$

**Es 3** Della matrice (dipendente dal parametro reale  $c$ )

$$A(c) = \begin{pmatrix} 0 & c & 1 \\ 1 & -1 & c \\ c & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

stabilire (al variare di  $c$ ) la caratteristica.

**Es. 4** Trovare le molteplicità degli autovalori associati alle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 1 \\ -3 & -3 & -1 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Tot

## Secondo compito parziale di Matematica I

*CdL Chimica – Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci*

a.a. 2010/2011 - 17 dicembre 2010 – D –

Scrivere il proprio NOME ..... e COGNOME .....

**Es 1** Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} -3x + 3y + 2z + t = 0 \\ -5x + 4y + 3z - 2t = 0 \\ x - 2y - z - 4t = 0 \end{cases}$$

- 1)  ha solo la soluzione nulla
- 2)  non ha soluzione
- 3)  ha infinite soluzioni che dipendono da 1 parametro
- 4)  ha infinite soluzioni che dipendono da 2 parametri
- 5)  ha infinite soluzioni che dipendono da 3 parametri

**Es 2** Trovare la distanza tra il punto  $P = (-1, 0, 2)$  e il piano  $\alpha$  di equazione cartesiana  $2x - y + z - 2 = 0$ .

(SI RICORDA CHE LA DISTANZA TRA UN PUNTO  $P$  ED UN PIANO  $\alpha$  È LA DISTANZA DI  $P$  DALLA PROIEZIONE ORTOGONALE DI  $P$  SU  $\alpha$ )

**Es 3** Stabilire la dimensione del nucleo della applicazione lineare rappresentata dalla matrice (dipendente dal parametro reale  $b$ )

$$A(b) = \begin{pmatrix} b & 0 & 1 \\ -1 & 1 & b \\ 0 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

**Es. 4** Trovare le molteplicità degli autovalori associati alle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Es 1	Es 2	Es 3	Es 4	Es 5	Tot

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 25 gennaio 2011

FILA 1

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = x \sin x,$$

determinare il dominio e il comportamento agli estremi del dominio, calcolare la derivata prima e la derivata seconda e disegnare il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare l'area della regione piana compresa tra l'asse  $y$ , la retta  $x = \frac{\pi}{2}$ , la retta  $y = x$  e il grafico della funzione dell'esercizio precedente.

**Esercizio 3.** Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x}{2 + x - x^2} dx.$$

**Esercizio 4.** Linearizzare in un intorno di  $x_0 = 0$  la seguente funzione

$$f(x) = \ln(e^x + \sin x).$$

Con l'aiuto della formula trovata calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + \sin x)}{\sin x}.$$

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 25 gennaio 2011

FILA 2

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = x \cos x,$$

determinare il dominio e il comportamento agli estremi del dominio, calcolare la derivata prima e la derivata seconda e disegnarne il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare l'area della regione piana compresa tra l'asse  $y$ , la retta  $x = \frac{\pi}{2}$ , la retta  $y = -\frac{1}{2}x$  e il grafico della funzione dell'esercizio precedente.

**Esercizio 3.** Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 3x}{2 + x + x^2} dx.$$

**Esercizio 4.** Scrivere la formula di Taylor del secondo ordine con resto di Peano in un intorno di  $x_0 = 0$  della seguente funzione

$$f(x) = \ln(1 + x) + \cos x - \sin x - 1.$$

Con l'aiuto della formula trovata calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x) + \cos x - \sin x - 1}{x^2}.$$

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 25 gennaio 2011

FILA 3

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = x \ln x,$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi del dominio, trovare eventuali punti di estremo relativo, gli eventuali flessi e disegnarne il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare l'area della regione piana compresa tra la retta  $x = 1$ , la retta  $x = e$ , la retta  $y = \frac{1}{2}(x - 1)$  e il grafico della funzione dell'esercizio precedente.

**Esercizio 3.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \ln(2 + x + x^2) dx.$$

**Esercizio 4.** Scrivere la formula di Taylor del secondo ordine con resto di Peano in un intorno di  $x_0 = 0$  della seguente funzione

$$f(x) = \ln(1 + x) \cos x - (x + 1) \sin x.$$

Con l'aiuto della formula trovata calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x) \cos x - (x + 1) \sin x}{\sin^2 x}.$$

## Terzo compito preliminare di Matematica I

C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci

a.a. 2010/2011 - 25 gennaio 2011

FILA 4

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = xe^{-x},$$

determinare il dominio, calcolare i limiti agli estremi del dominio, trovare eventuali punti di estremo relativo, gli eventuali flessi e disegnarne il grafico.

**Esercizio 2.** Calcolare l'area della regione piana compresa tra l'asse  $y$ , la retta  $x = 1$ , la retta  $y = -x$  e il grafico della funzione dell'esercizio precedente.

**Esercizio 3.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \ln(x^3 - 1) dx.$$

**Esercizio 4.** Linearizzare in un intorno di  $x_0 = 0$  la seguente funzione

$$f(x) = \ln(\cos x + \sin x).$$

Con l'aiuto della formula trovata calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x + \sin x)}{e^x - 1}.$$