Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 1

A.A.2011/2012 – C.d.L. in Chimica 8 Novembre 2011

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\left(\frac{3i}{1-i}\right)^3.$$

Facoltativo: determinare modulo e argomento delle radici quadrate del numero trovato.

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2+2}{n^2}\right)^{(n+1)^2},$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+1)-\cos x+1}{\sin^2 x}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x)=\frac{e^{x^2}}{\sqrt{|x-1|}}.$$

Si determinino:
i) il dominio di f;
ii) le equazioni degli eventuali asintoti di f;
iii) la derivata prima di f (se esiste);
iv) eventuali punti di massimo/minimo per f;
v) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta continua;
vi) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta derivabile.

Facoltativo: calcolare la derivata seconda di f e determinare eventuali flessi.

Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 2

A.A.2011/2012 – C.d.L. in Chimica 8 Novembre 2011

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\left(\frac{-1+i}{1+i\sqrt{3}}\right)^3.$$

Facoltativo: determinare modulo e argomento delle radici quadrate del numero trovato.

Esercizio 2.

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{2}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n-2}-\sqrt{n}},$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x^2)-e^{2x^4}}{\ln\left(\frac{1}{x^4+1}\right)}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = |1-x|e^{-x^2}.$$

Si determinino:

i) il dominio di f;
ii) le equazioni degli eventuali asintoti di f;
iii) la derivata prima di f (se esiste);
iv) eventuali punti di massimo/minimo per f;
v) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta continua;
vi) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta derivabile.

Facoltativo: calcolare la derivata seconda di f e determinare eventuali flessi.

Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 3

A.A.2011/2012 – C.d.L. in Chimica 8 Novembre 2011

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}\right)^2.$$

Facoltativo: determinare modulo e argomento delle radici cubiche del numero trovato.

Esercizio 2.

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2}\left(n-\sqrt{n^2-2}\right)^2,$$

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\ln(x^2+1)\right)^{\frac{1}{e^{x^2}-1}}.$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{|1-x^2|}.$$

Si determinino:

$i)$ il dominio di f;

$ii)$ le equazioni degli eventuali asintoti di f;

$iii)$ la derivata prima di f (se esiste);

$iv)$ eventuali punti di massimo/minimo per f;

$v)$ il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta continua;

$vi)$ il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta derivabile.

Facoltativo: calcolare la derivata seconda di f e determinare eventuali flessi.

Primo compito preliminare di Matematica I – FILA 4

A.A.2011/2012 – C.d.L. in Chimica 8 Novembre 2011

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^2.$$

Facoltativo: determinare modulo e argomento delle radici cubiche del numero trovato.

Esercizio 2.

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n^3}\right)\ln n^n,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(e^{x^2}-1)}{x\ln(x+1)},$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x)=\sqrt{|1-x^2|}e^{-x}.$$

Si determinino:

i) il dominio di f;

ii) le equazioni degli eventuali asintoti di f;

iii) la derivata prima di f (se esiste);

iv) eventuali punti di massimo/minimo per f;

v) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta continua;

vi) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta derivabile.

Facoltativo: calcolare la derivata seconda di f e determinare eventuali flessi.

Recupero del primo compito parziale di Matematica I

A.A.2011/2012 – C.d.L. in Chimica 16 Novembre 2011

Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci

Gli esercizi sono da risolvere in modo esplicito. Nelle domande lo studente è invitato a giustificare sempre la risposta

Esercizio 1. Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\frac{(1+\sqrt{3}i)^2(\sqrt{3}+i)^3}{2i}.$$

Facoltativo: determinare modulo e argomento delle radici quarte del numero trovato.

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2+3n+1}{n^2}\right)^{(n+1)},$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right),$$

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x)=\frac{\sqrt{2-x}}{\log(x+3)}.$$

Si determinino:
i) il dominio di f;
ii) le equazioni degli eventuali asintoti di f;
iii) la derivata prima di f (se esiste);
iv) punti di massimo/minimo per f;
v) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta continua;
vi) il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ nel quale la funzione f risulta derivabile.

Facoltativo: Determinare la derivata seconda di f (se esiste) e gli eventuali flessi.

Seconda prova intermedia - Matematica I
C.d.L. in Chimica
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci
a.a. 2011/2012 -22 dicembre 2011
fila A

Esercizio 1A. In $\mathbb{R}^3$ sia data la retta

$$r \ldots \begin{cases} y+z-1=0 \\ x+y-z=-4 \end{cases}$$

Si determini il punto di intersezione tra la retta r il piano π di equazione

$$-4x+2y-2z-1=0$$

e si stabilisca se la retta r risulta ortogonale al piano π.
Esercizio 2A. Descrivere il nucleo (Ker) dell'applicazione lineare

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x-y+z \\ x+y-z \\ x-y+z \end{pmatrix}$$

e stabilire se l'applicazione lineare risulta iniettiva e/o suriettiva. Determinare infine se l'applicazione lineare T risulta diagonalizzabile.
Esercizio 3A. Segnare le eventuali risposte corrette.
Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

allora
☐ $\det(A \cdot B) = \det(B \cdot A)$
☐ $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$
☐ $\det(A \cdot B) = -7$
☐ $A \cdot B$ è invertibile
☐ $\det(A \cdot B) = 7$
Esercizio 4A Calcolare il seguente limite usando la formula di Taylor-Maclaurin:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \ln(1+x) - x \sin x}{\sin(x^3)}.$$

Esercizio 5A Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\ln(x+1)}{x^2} \, dx.$$

Seconda prova intermedia - Matematica I
C.d.L. in Chimica
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci
a.a. 2011/2012 - 22 dicembre 2011
fila B

Esercizio 1B.
In $\mathbb{R}^3$ sia data la retta

$$r \ldots \begin{cases} x + 2y = -3 \\ -x - y + z = 4 \end{cases}$$

Si determini il punto di intersezione tra la retta r il piano π di equazione

$$4x - 2y + 2z + 1 = 0$$

e si stabilisca se la retta r risulta ortogonale al piano π.
Esercizio 2B. Descrivere il nucleo (Ker) dell'applicazione lineare

$$\begin{pmatrix} x \\ \\ y \\ \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x + y + z \\ \\ -x + y - z \\ \\ x - y + z \end{pmatrix}$$

e stabilire se l'applicazione lineare risulta iniettiva e/o suriettiva. Determinare infine se l'applicazione lineare T risulta diagonalizzabile.
Esercizio 3B.
Segnare le eventuali risposte corrette.
Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

allora
☐ $\det(A \cdot B)$ non si può calcolare
☐ $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$
☐ $A \cdot B$ non è invertibile
☐ $B \cdot A$ è invertibile
☐ $\det(B \cdot A) = 6$
Esercizio 4B Calcolare il seguente limite usando la formula di Taylor-Maclaurin:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \cos x - x}{x^2}.$$

Esercizio 5B Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^2 x e^{\sqrt{x+1}} \, dx.$$

Seconda prova intermedia - Matematica I
C.d.L. in Chimica
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci
a.a. 2011/2012 - 22 dicembre 2011
fila C

Esercizio 1C.
In $\mathbb{R}^3$ sia data la retta

$$r \ldots \begin{cases} x + 2y = -3 \\ -x - y + z = 4 \end{cases}$$

Si determini il punto di intersezione tra la retta r il piano π di equazione

$$-4x + 2y - 2z - 1 = 0$$

e si stabilisca se la retta r risulta ortogonale al piano π.
Esercizio 2C. Stabilire se l'applicazione lineare

$$\begin{pmatrix} x \\ \\ y \\ \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x - y + z \\ \\ x + y - z \\ \\ x - y + z \end{pmatrix}$$

risulta iniettiva e/o suriettiva. Descrivere il nucleo (Ker) dell'applicazione lineare e stabilire se l'applicazione lineare T risulta diagonalizzabile.
Esercizio 3C.
Segnare le eventuali risposte corrette.
Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

allora
☐ $\det(A \cdot B) = \det(B \cdot A)$
☐ $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$
☐ $\det(A \cdot B) = -7$
☐ $A \cdot B$ è invertibile
☐ $\det(A \cdot B) = 7$
Esercizio 4C Calcolare il seguente limite usando la formula di Taylor-Maclaurin:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x) - e^x + 1}{\sin^2 x}.$$

Esercizio 5C Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2} \ln(x^2 + x + 3)\, dx.$$

Seconda prova intermedia - Matematica I
C.d.L. in Chimica
Prof. Elena Comparini, Dott. Fabio Vlacci
a.a. 2011/2012 - 22 dicembre 2011
fila D

Esercizio 1D.
In $\mathbb{R}^3$ sia data la retta

$$r \ldots \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ x + y - z = -4 \end{cases}$$

Si determini il punto di intersezione tra la retta r il piano π di equazione

$$4x - 2y + 2z + 1 = 0$$

e si stabilisca se la retta r risulta ortogonale al piano π.
Esercizio 2D. Descrivere il nucleo (Ker) dell'applicazione lineare

$$\begin{pmatrix} x \\ \\ y \\ \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x + y + z \\ \\ -x + y - z \\ \\ x - y + z \end{pmatrix}$$

e stabilire se l'applicazione lineare risulta iniettiva e/o suriettiva. Determinare infine se l'applicazione lineare T risulta diagonalizzabile.
Esercizio 3D.
Segnare le eventuali risposte corrette.
Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

allora
☐ $\det(A \cdot B)$ non si può calcolare
☐ $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$
☐ $A \cdot B$ non è invertibile
☐ $B \cdot A$ è invertibile
☐ $\det(B \cdot A) = 6$
Esercizio 4D Calcolare il seguente limite usando la formula di Taylor-Maclaurin:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x(e^x - 1) - \sin^2 x}{x^3}.$$

Esercizio 5D Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x + 1}{e^{\sqrt{x}}} \, dx.$$