

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PRIMA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131112
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. *Gli esercizi di analisi* (dal numero 1 al numero 3) *devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria* (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" (**A**, **B**, **C** oppure **D**) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sar  diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato   tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verr  considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non   consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

Fila "A"

Esercizio 4 (5 punti). Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t   risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali   invece impossibile:

$$\begin{cases} (k+1)x + 5y + z - t = 6 \\ x + 3y + z - 2t = 5 \\ 3x + 7y + 2z - 4t = 8 \\ -2x + (k^2 - 8)y - z + 2t = k - 5 \end{cases}$$

Facoltativo (2 punti). Risolvere il sistema che si ottiene per $k := 2$.

Esercizio 5 (5 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti $\mathbf{A} \equiv (1, 1, 2)$, $\mathbf{B} \equiv (1, 0, -1)$, $\mathbf{C} \equiv (0, 0, 3)$ e $\mathbf{P} \equiv (0, 1, \sqrt{2})$, la retta

$$r) \quad \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$$

e i piani

$$\alpha) \quad 3x - 2y + z - 1 = 0 \quad \text{e} \quad \beta) \quad 2x - y + z - 2 = 0.$$

Siano

- γ il piano passante per \mathbf{P} e ortogonale alla retta r
- δ il piano passante per \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} .

Si dica, motivando la risposta, se i quattro piani α , β , γ e δ individuano un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o una stella di piani (specificando se propria o impropria) o sono disposti nel modo pi  generale possibile.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PRIMA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131112
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. *Gli esercizi di analisi* (dal numero 1 al numero 3) *devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria* (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" (**A**, **B**, **C** oppure **D**) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato è tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

Fila "B"

Esercizio 4 (5 punti). Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t è risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali è invece impossibile:

$$\begin{cases} kx + 5y - z + t = 6 \\ 3x + 7y - 4z + 2t = 8 \\ x + 3y - 2z + t = 5 \\ x + (k^2 - 2k)y - 2z + t = k + 2 \end{cases}$$

Facoltativo (2 punti). Risolvere il sistema che si ottiene per $k := 3$.

Esercizio 5 (5 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti **A** $\equiv (1, 1, 1)$, **B** $\equiv (0, -2, 0)$, **C** $\equiv (0, 0, 1)$ e **P** $\equiv (1, \sqrt{2}, 1)$, la retta

$$r) \quad \begin{cases} x = z \\ y = 3 \end{cases}$$

e i piani

$$\alpha) \quad 2x - 3y + 5z - 3 = 0 \quad \text{e} \quad \beta) \quad 3x - 6y + 9z - 1 = 0.$$

Siano

- γ il piano passante per **P** e ortogonale alla retta r
- δ il piano passante per **A**, **B** e **C**.

Si dica, motivando la risposta, se i quattro piani α , β , γ e δ individuano un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o una stella di piani (specificando se propria o impropria) o sono disposti nel modo più generale possibile.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PRIMA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131112
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. *Gli esercizi di analisi* (dal numero 1 al numero 3) *devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria* (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" (**A**, **B**, **C** oppure **D**) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sar  diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato   tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verr  considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non   consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

Fila "C"

Esercizio 4 (5 punti). Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t   risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali   invece impossibile:

$$\begin{cases} kx + 2y + t = 1 \\ x + 3y + z - 2t = 5 \\ 3x + 7y + 2z - 4t = 8 \\ x + (k^2 - 1)y + z - 2t = k + 3 \end{cases}$$

Facoltativo (2 punti). Risolvere il sistema che si ottiene per $k := 2$.

Esercizio 5 (5 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti $\mathbf{A} \equiv (0, 0, -1)$, $\mathbf{B} \equiv (1, -1, 0)$, $\mathbf{C} \equiv (1, 2, 1)$ e $\mathbf{P} \equiv (0, \sqrt{2}, 1)$, la retta

$$r) \quad \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

e i piani

$$\alpha) \quad 2x + y - z - 2 = 0 \quad \text{e} \quad \beta) \quad 3x + y - 2z - 1 = 0.$$

Siano

- γ il piano passante per \mathbf{P} e ortogonale alla retta r
- δ il piano passante per \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} .

Si dica, motivando la risposta, se i quattro piani α , β , γ e δ individuano un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o una stella di piani (specificando se propria o impropria) o sono disposti nel modo pi  generale possibile.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PRIMA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131112
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. *Gli esercizi di analisi* (dal numero 1 al numero 3) *devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria* (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" (**A**, **B**, **C** oppure **D**) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato è tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

Fila "D"

Esercizio 4 (5 punti). Si stabilisca per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t è risolubile (specificando in funzione di k il numero delle incognite libere) e per quali è invece impossibile:

$$\begin{cases} (k-1)x + 2y + t = 1 \\ 3x + 7y + 2z - 4t = 8 \\ x + 3y + z - 2t = 5 \\ x + (k^2 - 2k)y + z - 2t = k + 2 \end{cases}$$

Facoltativo (2 punti). Risolvere il sistema che si ottiene per $k := 3$.

Esercizio 5 (5 punti). Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico **Oxyz**, sono dati i punti $\mathbf{A} \equiv (1, 0, 1)$, $\mathbf{B} \equiv (-6, 2, 0)$, $\mathbf{C} \equiv (0, 1, 2)$ e $\mathbf{P} \equiv (1, 1, \sqrt{2})$, la retta

$$r) \quad \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases}$$

e i piani

$$\alpha) \quad 3x + 9y - 6z - 1 = 0 \quad \text{e} \quad \beta) \quad 2x + 5y - 3z - 3 = 0.$$

Siano

- γ il piano passante per \mathbf{P} e ortogonale alla retta r
- δ il piano passante per \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} .

Si dica, motivando la risposta, se i quattro piani α , β , γ e δ individuano un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o una stella di piani (specificando se propria o impropria) o sono disposti nel modo più generale possibile.