UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
SECONDA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131220
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze
Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ oppure $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila “1”}}$

Esercizio 4 (4 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ siano

$$w_1 := (1,1,0,2), \quad w_2 := (2,-1,1,-1), \quad w_3 := (0,3,-1,5).$$

Detto $\mathbf{f}$ l'omomorfismo tra $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^4$ per il quale si ha

$$\mathbf{f}(1,0,0) := w_1\,, \qquad \mathbf{f}(0,1,0) := w_2\,, \qquad \mathbf{f}(0,0,1) := w_3$$

si determini (una base per) il nucleo di $\mathbf{f}$ e (una base per) l'immagine di $\mathbf{f}$.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ sono dati

$$v_1 := (2,1,0,3), \quad v_2 := (-3,2,1,-1), \quad v_3 := (2,2,2,1) \quad \text{e} \quad v_4 := (3,0,1,2)\,;$$

$$e_1 := (1,0,0,0), \quad e_2 := (0,1,0,0), \quad e_3 := (0,0,1,0) \quad \text{e} \quad e_4 := (0,0,0,1)\,;$$

$$\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4) \qquad \text{e} \qquad \mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3, e_4) \quad \text{(la “base canonica” di } \mathbb{R}^4\text{)}.$$

Non è richiesta (ma è facoltativa: si veda più avanti) la verifica che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

Si scriva la matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{B}$ (in partenza) e $\mathcal{C}$ (in arrivo) dell'endomorfismo $\mathbf{f}$ di $\mathbb{R}^4$ definito da

$$\mathbf{f}(x,y,z,t) := (x+2y-3t,\ \ y-2z+t,\ \ x+3z,\ \ 2x-y+2z+3t)\,.$$

e si usi $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ per calcolare $\mathbf{f}(v_1+v_2+v_3+v_4)$.

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che $\mathbf{f}$ è un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$.

Facoltativo (2 punti). Si verifichi che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

UNIVERSITA’ DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
SECONDA PROVA “IN ITINERE” PER L’ESAME DI “MATEMATICA I” - 20131220
DOMANDE DI “ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA”

<u>Avvertenze</u>
Le pagine dell’elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la “fila” ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ oppure $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l’esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall’aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila “2”}}$

Esercizio 4 (4 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ siano

$$w_1 := (3, 2, -1, 1), \quad w_2 := (1, 0, -2, -1), \quad w_3 := (1, 2, 3, 3).$$

Detto **f** l’omomorfismo tra $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^4$ per il quale si ha

$$\mathbf{f}(1,0,0) := w_1, \qquad \mathbf{f}(0,1,0) := w_2, \qquad \mathbf{f}(0,0,1) := w_3$$

si determini (una base per) il nucleo di **f** e (una base per) l’immagine di **f** .

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ sono dati

$$v_1 := (3, 2, 1, -1), \quad v_2 := (-2, 1, 3, -1), \quad v_3 := (5, -1, -4, 2) \quad \text{e} \quad v_4 := (1, 0, 2, 3);$$

$$e_1 := (1,0,0,0), \quad e_2 := (0,1,0,0), \quad e_3 := (0,0,1,0) \quad \text{e} \quad e_4 := (0,0,0,1);$$

$$\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4) \qquad \text{e} \qquad \mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3, e_4) \quad \text{(la “base canonica” di } \mathbb{R}^4\text{)}.$$

Non è richiesta (ma è facoltativa: si veda più avanti) la verifica che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

Si scriva la matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{B}$ (in partenza) e $\mathcal{C}$ (in arrivo) dell’endomorfismo **f** di $\mathbb{R}^4$ definito da

$$\mathbf{f}(x, y, z, t) := (x + 2y, \;\; y - 2z + t, \;\; x - y + 3z, \;\; x - y + z + 2t).$$

e si usi $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ per calcolare $\mathbf{f}(v_1 + v_2 + v_3 + v_4)$.

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che **f** è un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$.

Facoltativo (2 punti). Si verifichi che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
SECONDA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131220
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze
Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ oppure $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila “3”}}$

Esercizio 4 (4 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ siano

$$w_1 := (1, -1, 2, -1), \quad w_2 := (1, -3, 0, -5), \quad w_3 := (0, 1, 1, 2).$$

Detto **f** l'omomorfismo tra $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^4$ per il quale si ha

$$\mathbf{f}(1,0,0) := w_1\,, \qquad \mathbf{f}(0,1,0) := w_2\,, \qquad \mathbf{f}(0,0,1) := w_3$$

si determini (una base per) il nucleo di **f** e (una base per) l'immagine di **f**.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ sono dati

$$v_1 := (2,2,2,1), \quad v_2 := (1,2,-3,-1), \quad v_3 := (1,0,3,2) \quad \text{e} \quad v_4 := (0,1,2,3)\,;$$

$$e_1 := (1,0,0,0), \quad e_2 := (0,1,0,0), \quad e_3 := (0,0,1,0) \quad \text{e} \quad e_4 := (0,0,0,1)\,;$$

$$\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4) \qquad \text{e} \qquad \mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3, e_4) \quad \text{(la “base canonica” di } \mathbb{R}^4\text{)}.$$

Non è richiesta (ma è facoltativa: si veda più avanti) la verifica che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

Si scriva la matrice $\mathcal{M}^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{B}$ (in partenza) e $\mathcal{C}$ (in arrivo) dell'endomorfismo **f** di $\mathbb{R}^4$ definito da

$$\mathbf{f}(x,y,z,t) := (x + 2y - 3t - z,\;\; y - z + 2t,\;\; x + y + 3z,\;\; 2x - y)\,.$$

e si usi $\mathcal{M}^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}(\mathbf{f})$ per calcolare $\mathbf{f}(v_1 + v_2 + v_3 + v_4)$.

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che **f** è un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$.

Facoltativo (2 punti). Si verifichi che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
SECONDA PROVA "IN ITINERE" PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20131220
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze
Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. ***Gli esercizi di analisi*** (dal numero 1 al numero 3) ***devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria*** (numero 4 e numero 5). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ oppure $\boxed{4}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.
Il candidato è tenuto a ***scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni***: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato ***non svolto***.
Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila "4"}}$

Esercizio 4 (4 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ siano

$$w_1 := (2, 0, -1, 1), \quad w_2 := (3, 2, 1, 3), \quad w_3 := (-1, 2, 3, 1).$$

Detto **f** l'omomorfismo tra $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^4$ per il quale si ha

$$\mathbf{f}(1,0,0) := w_1 , \qquad \mathbf{f}(0,1,0) := w_2 , \qquad \mathbf{f}(0,0,1) := w_3$$

si determini (una base per) il nucleo di **f** e (una base per) l'immagine di **f**.

Esercizio 5 (6 punti). Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ sono dati

$$v_1 := (2,0,1,3), \quad v_2 := (3,1,-2,-1), \quad v_3 := (-4,-1,5,2) \quad \text{e} \quad v_4 := (1,2,3,-1);$$

$$e_1 := (1,0,0,0), \quad e_2 := (0,1,0,0), \quad e_3 := (0,0,1,0) \quad \text{e} \quad e_4 := (0,0,0,1);$$

$$\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4) \qquad \text{e} \qquad \mathcal{C} := (e_1, e_2, e_3, e_4) \quad \text{(la "base canonica" di } \mathbb{R}^4\text{)}.$$

Non è richiesta (ma è facoltativa: si veda più avanti) la verifica che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.

Si scriva la matrice $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ rispetto a $\mathcal{B}$ (in partenza) e $\mathcal{C}$ (in arrivo) dell'endomorfismo **f** di $\mathbb{R}^4$ definito da

$$\mathbf{f}(x,y,z,t) := (x-t, \;\; x+y-2z+t, \;\; x-y+3z, \;\; y+2z-t).$$

e si usi $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(\mathbf{f})$ per calcolare $\mathbf{f}(v_1+v_2+v_3+v_4)$.

Non è richiesta (né sarà in alcun modo valutata) la verifica che **f** è un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$.

Facoltativo (2 punti). Si verifichi che $\mathcal{B}$ è una base per $\mathbb{R}^4$.