

# PROGRAMMA di Matematica I

Cdl Chimica, a.a. 2010/2011

**Prof. Elena Comparini, Prof. Fabio Vlacci**

## 1. Preliminari

Struttura del sistema dei numeri reali. Numeri naturali, interi, razionali. Numeri irrazionali.

Numeri complessi.

Metodi di risoluzione per equazioni e disequazioni.

Trigonometria.

Vettori nel piano e nello spazio.

## 2. Successioni

Successioni, comportamento, classificazione.

Definizione di limite di una successione (dim. unicità del limite). Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Confronto. Stime asintotiche. Successioni limitate.

Limiti notevoli. Successioni monotone. Il numero  $e$ .

## 3. Funzioni

Funzione reale di variabile reale e sua rappresentazione cartesiana. Funzioni invertibili.

Funzioni monotone. Funzioni limitate.

Proprietà e grafici delle funzioni elementari: funzioni lineari, valore assoluto, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni razionali, funzioni trigonometriche. Funzioni composte.

Definizione di limite di funzioni. Calcolo dei limiti: confronto, permanenza del segno, operazioni, forme indeterminate. Limiti notevoli (dimostrazione).

Funzioni continue: definizioni, esempi, proprietà. Teorema dell'esistenza degli zeri (dimostrazione). Massimi e minimi assoluti. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi (dimostrazione).

## 4. Derivate

Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Significato geometrico della derivata.

Equazione della retta tangente al grafico di una funzione. Derivabilità e continuità (dimostrazione). Punti angolosi, cuspidi.

Calcolo delle derivate. Derivate delle funzioni elementari Derivata di somma, prodotto, quoziente di funzioni (dimostrazione). Derivata delle funzioni composte (dimostrazione).

Derivata delle funzioni inverse (dimostrazione).

Punti Stazionari, Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat (dimostrazione). Teorema del valor medio o di Lagrange (dimostrazione). Funzioni crescenti e decrescenti. Criterio di monotonia (dimostrazione). Funzioni convesse e concave. Flessi. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Studio del grafico di una funzione.

Differenziale e approssimazione lineare. Formula di Taylor-Maclaurin di ordine  $n$ .

Approssimazioni. Resto di Peano e resto di Lagrange (dim. linearizzazione).

## 5. Integrali

Integrale come limite di somme. Integrali definiti. Proprietà (dim. teorema della media).

Teorema fondamentale del calcolo integrale (dimostrazione). Primitive. Caratterizzazione delle primitive in un intervallo. Integrali indefiniti.

Metodi di integrazione per parti, per sostituzione. Integrazione di funzioni razionali, di funzioni trigonometriche, di funzioni irrazionali.

Integrali generalizzati. Funzioni integrali. Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale (dimostrazione).

## 6. Algebra lineare

Introduzione agli spazi vettoriali: vettori, operazioni in spazi vettoriali e relative proprietà.

Rappresentazione di vettori: coordinate cartesiane e polari.

Modulo o norma di un vettore. Prodotto scalare tra vettori. Prodotto vettoriale, prodotto misto

e loro interpretazione geometrica.

Elementi di geometria analitica nello spazio: distanze fra punti nello spazio, equazioni di luoghi geometrici elementari e condizioni di parallelismo e ortogonalità di rette e piani nello spazio.

Introduzione all'algebra delle matrici: operazioni tra matrici, prodotto riga per colonna e trasposizione. Introduzione e proprietà del determinante. Matrici invertibili e matrice inversa. Dipendenza e indipendenza lineare di vettori in uno spazio vettoriale.

Definizione di base e di dimensione di uno spazio vettoriale. Risoluzione di sistemi lineari: Teorema di Cramer.

Matrici di cambio di base. Teorema di Rouché-Capelli.

Introduzione alle applicazioni lineari: matrici associate a una applicazione lineare. Nucleo e rango di una applicazione lineare. Caratteristica e rango. Teorema della dimensione.

Autovalori, autovettori e autospazi di un endomorfismo.

Polinomio caratteristico e relative proprietà. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore.

Cenni su diagonalizzazione di matrici.

### **Testi consigliati:**

1. Bramanti, Pagani, Salsa, Matematica, Zanichelli, Bologna, 2003.
2. Marcellini, Sbordone, Elementi di Calcolo, Liguori Editore, Napoli, 2004.
3. Salsa, Squellati, Esercizi di matematica Vol. I, Zanichelli, Bologna, 2001.
4. Marcellini, Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Liguori Editore, Primo Volume (parte prima e parte seconda).

Esame scritto e orale, da tenersi nello stesso appello.

L'esame scritto può essere sostituito da tre prove parziali.

Per l'ammissione all'orale con le prove parziali, è necessario ottenere almeno due sufficienze su tre.

Chi ottiene l'ammissione all'orale con le prove parziali, può sostenere l'orale in un qualsiasi appello dell'anno accademico in corso.