

Compito di Matematica I

15 Gennaio 2013 – fila 1

A.A.2012/2013 – C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Marco Barlotti

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left| \frac{x^2}{x^2 - 4} \right|},$$

determinare: dominio, eventuali simmetrie, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali minimi e massimi relativi. Disegnare il grafico.

Facoltativo: determinare l'insieme in cui la funzione f è continua e quello in cui è derivabile.

Esercizio 2. Linearizzare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

in un intorno di $x = 0$.

Mediante la formula trovata, approssimare il numero $\frac{1}{\sqrt{1.01}}$.

Facoltativo: dare una stima dell'errore commesso.

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^{2x} - 2e^x - 1}{e^{2x} + 1} dx.$$

Esercizio 4. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico $Oxyz$, si stabilisca per quali valori del parametro reale k i seguenti piani individuano una stella di piani (specificando se propria o impropria) o un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o coincidono:

$$x+3y+z+1=0; \quad 3x+4y+z+2=0; \quad 2x+y+1=0; \quad k^2x-2y-z+1-k=0.$$

Esercizio 5. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 definito da

$$f(x, y, z, t) := (y, x, t, z).$$

Non è richiesta la verifica che f è effettivamente un endomorfismo di \mathbb{R}^4 .

Si trovi, qualora esista, una base di \mathbb{R}^4 formata da autovettori di f . Se una tale base non esiste, si spieghi perché.

Compito di Matematica I

15 Gennaio 2013 – fila 2

A.A.2012/2013 – C.d.L. in Chimica

Prof. Elena Comparini, Prof. Marco Barlotti

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left| \frac{x^2}{2-x^2} \right|},$$

determinare: dominio, eventuali simmetrie, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali minimi e massimi relativi. Disegnare il grafico.

Facoltativo: determinare l'insieme in cui la funzione f è continua e quello in cui è derivabile.

Esercizio 2. Linearizzare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

in un intorno di $x = 0$.

Mediante la formula trovata, approssimare il numero $\frac{1}{\sqrt{1.01}}$.

Facoltativo: dare una stima dell'errore commesso.

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^{2x} - 2e^x - 1}{e^{2x} + 1} dx.$$

Esercizio 4. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico $Oxyz$, si stabilisca per quali valori del parametro reale k i seguenti piani individuano una stella di piani (specificando se propria o impropria) o un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o coincidono:

$$x+y+3z+1 = 0; \quad 2x+z+1 = 0; \quad 3x+y+4z+2 = 0; \quad k^2x-y-2z+1-k = 0.$$

Esercizio 5. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 definito da

$$f(x, y, z, t) := (z, t, x, y).$$

Non è richiesta la verifica che f è effettivamente un endomorfismo di \mathbb{R}^4 .

Si trovi, qualora esista, una base di \mathbb{R}^4 formata da autovettori di f . Se una tale base non esiste, si spieghi perché.