

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20130115
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. *Gli esercizi di analisi* (dal numero 1 al numero 4) *devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria* (numero 5 e numero 6). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$ oppure $\boxed{2}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato è tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila "1"}}$

Esercizio 4. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico \mathbf{Oxyz} , si stabilisca per quali valori del parametro reale k i seguenti piani individuano una stella di piani (specificando se propria o impropria) o un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o coincidono:

$$x + 3y + z + 1 = 0; \quad 3x + 4y + z + 2 = 0; \quad 2x + y + 1 = 0; \quad k^2x - 2y - z + 1 - k = 0.$$

Esercizio 5. Sia \mathbf{f} l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 definito da

$$\mathbf{f}(x, y, z, t) := (y, x, t, z).$$

Non è richiesta la verifica che \mathbf{f} è effettivamente un endomorfismo di \mathbb{R}^4 .

Si trovi, qualora esista, una base di \mathbb{R}^4 formata da autovettori di \mathbf{f} . Se una tale base non esiste, si spieghi perché.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN CHIMICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE
PER L'ESAME DI "MATEMATICA I" - 20130115
DOMANDE DI "ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA"

Avvertenze

Le pagine dell'elaborato devono essere ordinatamente numerate. *Gli esercizi di analisi* (dal numero 1 al numero 4) *devono essere svolti su un foglio o su fogli diversi da quelli su cui vengono svolti gli esercizi di algebra lineare e geometria* (numero 5 e numero 6). Sul frontespizio di *ciascun* foglio devono essere indicati il nome e il cognome del candidato, il suo numero di matricola e la "fila" ($\boxed{1}$ oppure $\boxed{2}$) di pertinenza: in caso contrario il voto della prova sarà diminuito di n punti, con $n \leq 4$ dipendente da quali indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato è tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

$\boxed{\text{Fila "2"}}$

Esercizio 4. Riferito lo spazio a un SdR cartesiano ortogonale monometrico \mathbf{Oxyz} , si stabilisca per quali valori del parametro reale k i seguenti piani individuano una stella di piani (specificando se propria o impropria) o un fascio di piani (specificando se proprio o improprio) o coincidono:

$$x + y + 3z + 1 = 0; \quad 2x + z + 1 = 0; \quad 3x + y + 4z + 2 = 0; \quad k^2x - y - 2z + 1 - k = 0.$$

Esercizio 5. Sia \mathbf{f} l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 definito da

$$\mathbf{f}(x, y, z, t) := (z, t, x, y).$$

Non è richiesta la verifica che \mathbf{f} è effettivamente un endomorfismo di \mathbb{R}^4 .

Si trovi, qualora esista, una base di \mathbb{R}^4 formata da autovettori di \mathbf{f} . Se una tale base non esiste, si spieghi perché.